



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

Centro Interdisciplinario de Investigación para el Desarrollo Integral Regional
Unidad Oaxaca
Maestría en Ciencias en Conservación y Aprovechamiento de Recursos Naturales

ANÁLISIS DE LOS PERIODOS Y MECANISMOS DE TRANSPORTE DURANTE EL SECADO DE PAPA POR CONVECCIÓN DE AIRE FORZADA

Tesis que para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS
Presenta:

Adriana de Lourdes Allier González

Director de tesis:

Dr. Sadoth Sandoval Torres

Santa Cruz Xoxocotlán, Oaxaca.

Junio de 2012



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO

ACTA DE REVISION DE TESIS

En la Ciudad de Oaxaca de Juárez siendo las 13:00 horas del día 23 del mes de abril del 2012 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación del **Centro Interdisciplinario de Investigación para el Desarrollo Integral Regional, Unidad Oaxaca (CIIDIR-OAXACA)** para examinar la tesis de grado titulada: **“Análisis de los periodos y mecanismos de transporte durante el secado de papa por convección de aire forzada”**

Presentada por la Alumna:

Allier	González	Adriana de Lourdes							
<small>Apellido paterno</small>	<small>materno</small>	<small>nombre(s)</small>							
Con registro: <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">A</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">9</td> <td style="padding: 2px 5px;">6</td> </tr> </table>			A	1	0	0	1	9	6
A	1	0	0	1	9	6			

aspirante al grado de: **MAESTRÍA EN CIENCIAS EN CONSERVACIÓN Y APROVECHAMIENTO DE RECURSOS NATURALES**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISION REVISORA
Director de tesis

Dr. Sadoth Sandoval Torres

Dr. Juan Rodríguez Ramírez

Dr. Prisciliano Felipe de Jesús Cano Barrita

Dra. Luicita Lagunez Rivera

Dra. Lilia Leticia Mendez Lagunas

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

Dr. Rafael Pérez Pacheco



CENTRO INTERDISCIPLINARIO
DE INVESTIGACION PARA EL
DESARROLLO INTEGRAL REGIONAL
C.I.I.D.I.R.
UNIDAD OAXACA
IPN



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESION DE DERECHOS

En la Ciudad de Oaxaca de Juárez el día 23 del mes abril del año 2012, el (la) que suscribe **Allier González Adriana de Lourdes** alumno (a) del Programa de **MAESTRÍA EN CIENCIAS EN CONSERVACIÓN Y APROVECHAMIENTO DE RECURSOS NATURALES** con número de registro **A100196**, adscrito al Centro Interdisciplinario de Investigación para el Desarrollo Integral Regional, Unidad Oaxaca, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. Sadoth Sandoval Torres y cede los derechos del trabajo titulado: **"Análisis de los periodos y mecanismos de transporte durante el secado de papa por convección de aire forzada"** al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección **Calle Hornos 1003, Santa Cruz Xoxocotlán, Oaxaca**, e-mail: posgradoax@ipn.mx ó adriana_algo@hotmail.com Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Allier González Adriana de Lourdes



CENTRO INTERDISCIPLINARIO
DE INVESTIGACIÓN PARA EL
DESARROLLO INTEGRAL REGIONAL
C.I.D.I.R.
UNIDAD OAXACA
I.P.N.

RESUMEN

El presente trabajo analiza y profundiza en el estudio del secado por aire caliente de papa (*Solanum tuberosum*) y los efectos de la velocidad del aire en la evolución térmica del material. El trabajo está dividido en tres partes. En la primera se obtienen las cinéticas de secado experimentales. En la segunda se simulan las cinéticas de secado a partir del modelo semiempírico de la curva característica, considerando los datos experimentales. En la última parte se desarrolla y resuelve numéricamente un modelo fenomenológico para la transferencia simultánea de calor y masa.

Las pruebas experimentales se llevaron a cabo en el túnel de secado ubicado en el laboratorio de tecnología agroalimentaria del CIIDIR Unidad Oaxaca. 4 niveles de velocidad de flujo de aire fueron aplicados en el presente estudio. La temperatura y humedad relativa del aire se mantuvieron constantes. Para cada experimento se efectuaron tres réplicas. Se utilizó un termómetro infrarrojo para medir la temperatura superficial durante todo el proceso.

La evolución térmica superficial permitió identificar un periodo corto de rapidez constante de aproximadamente 10 minutos a velocidad de aire de 1.0 m/s. La aparición de este periodo es debido una tasa de evaporación baja (0.02 kg/s), lo que ocasiona que el material encoja lentamente, manteniendo casi constante el flux másico y por ende la temperatura superficial. A velocidades superiores no fue posible distinguir dicho periodo, ya que las tasas de evaporación fueron mayores (0.04 a 0.08 kg/s) lo que provoca un mayor encogimiento superficial. Este encogimiento lleva a una consolidación de la matriz sólida, a medida que el encogimiento es mayor la conductividad térmica dependerá principalmente de conductividad de la fase sólida. Se determinaron los coeficientes de transferencia de masa y calor a partir de los datos experimentales y de la Teoría de la capa límite, con ello se obtuvieron valores de 0.004 m/s y 22 W/m²K a 1.0 m/s de flujo de aire, y de 0.007 m/s y 33 W/m²K a 2.2 m/s respectivamente.

Se modelaron las cinéticas de secado mediante el método de la curva característica de secado (DCC). El método DCC se desarrolló teniendo como base los datos experimentales y una rapidez de secado de referencia, la cual para el caso de alimentos, es la rapidez máxima de secado durante el

RESUMEN

proceso. Se incorporó la evolución térmica superficial a la curva de velocidad reducida, y se identificaron las etapas de secado, logrando distinguir 5 etapas a 1.0 y 1.4 m/s, y 3 a 1.8 y 2.2 m/s. En cada caso, las curvas representan un comportamiento lineal o exponencial, y reflejan la importancia de las propiedades físicas del material durante el proceso de secado.

Finalmente, se desarrolló un modelo matemático acoplado de transporte de masa y calor, que considera las diferentes contribuciones de movilidad de masa y transferencia de calor en el alimento. El flux másico fue integrado en la ecuación de transferencia de calor para considerar el calor necesario para su evacuación. La evolución del contenido de humedad está en función de la difusividad capilar y de la saturación del material, en donde a medida que la fase líquida es evacuada, la fase gaseosa toma mayor importancia. La movilidad de la fase gaseosa depende de la temperatura y presión, así como del equilibrio higroscópico del material. Las ecuaciones diferenciales son no lineales por lo cual se resolvió el sistema utilizando el método de factorización UMFPACK mediante el programa COMSOL Multiphysics 3.4.

Se simuló las cinéticas de secado, la temperatura y la distribución de aire en el interior del material. El modelo aporta detalles importantes para la comprensión de la física del secado. Sin embargo, los resultados mostraron desviaciones que son atribuidas a la variación de propiedades termofísicas propias de los materiales biológicos, así como a la exclusión del encogimiento en el material, con un error calculado por minimización de la suma de errores cuadráticos de 0.29 kg de agua/ kg de masa seca y 0.22 kg de agua/kg de masa seca para 1.0 y 2.2 m/s respectivamente.

Palabras clave: secado, papa, temperatura superficial, modelo matemático.

ABSTRACT

This paper analyzes and explores the study of hot air drying of potato (*Solanum tuberosum*) and the effects of air velocity in the thermal evolution of the material. The work was divided into three parts. In the first we obtain the experimental drying kinetics. In the second part, drying kinetics was simulated from semiempirical model of the Characteristic Drying Curve, considering the experimental data. In the third part, we developed a mathematical model for simultaneous heat and mass transfer.

The experimental tests were carried out in a drying tunnel in CIIDIR Oaxaca. The tests were performed at 4 different air velocity with 4 replicates, maintaining constant temperature and humidity relative. We used an infrared thermometer to measure surface temperature during the process.

The surface temperature evolution identified a short period of constant velocity of about 10 minutes at air velocity of 1.0 m/s. The appearance of this period is due to the low evaporation rate (0.02 kg/s), it causes the material shrinks slowly, keeping almost constant mass flux and hence the surface temperature. A higher air velocities was not possible to observed this period, because the evaporation rates from 0.04 to 0.08 kg/s increased the shrinkage, which consolidates the solid matrix and causes an increase in thermal conductivity. Were determined mass and heat transfer coefficients from experimental data and Boundary layer Theory. The results were 0.004 m/s and 22 W/m²K for air velocity 1.0 m/s, and 0.07 m/s and 33 W/m²K to 2.2 m/s respectively.

The experimental results allow to model the drying kinetics by the method of Drying Characteristic Curve (DCC), which was developed using experimental data and a reference drying rate, which for food, is the maximum speed during the drying process. Incorporating the surface thermal evolution of the reduced rate curve, we identified the drying zones: 5 zones to 1.0 and 1.4 m/s, and 3 to 1.8 and 2.2 m/s. In each case, the curves represent a behavior linear or exponential, and reflect the importance of the physical properties of the material during the drying process.

ABSTRACT

Finally, we developed a mathematical model of coupled heat and mass transport, which considers the different contributions of mobility of mass and heat transfer in the food. The mass flux was integrated into the heat transfer equation to consider the heat necessary for evacuation. The variation in moisture content is a function of capillary diffusivity and saturation. When the liquid phase is evacuated, the gaseous phase becomes more important. The mobility of the gas phase depends on temperature and pressure, and hygroscopic material balance. The differential equations are nonlinear and therefore the system was solved using the UMFPACK factorization method with the program COMSOL Multiphysics 3.4.

Were simulated drying kinetics, temperature and air distribution within the material. The model provides important details to understand the physics of drying. However, the results showed deviations which are attributed to the variation of thermophysical properties characteristic of biological materials and to the exclusion of shrinkage in the material, with a calculated error by minimizing the sum of quadratic errors of 49.96 and 29.09 kg water/kg dry mass for 1.0 y 2.2 m/s respectively.

Key words: drying, potatoes, surface temperature, mathematical model.

DEDICATORIAS

A mi hijo José Eduardo, porque desde que llegaste a mi vida, has sido el motor que me impulsa para seguir adelante.

AGRADECIMIENTOS

*“El éxito de mis trabajos es por haber caminado sobre los hombros de gigantes”
Albert Einstein*

Al Dr. Sadoth Sandoval Torres

por su dedicación y tiempo proporcionado, por todos sus conocimientos y experiencias compartidas, por las facilidades otorgadas y por su apoyo incondicional para la realización de este trabajo, Gracias.

A mis padres

porque una vez más me otorgaron su apoyo y paciencia, y este esfuerzo solo es una retribución a lo mucho que me han dado, Gracias.

A mi comité tutorial y revisor, y a todos mis catedráticos

por su tiempo dedicado a la corrección de mis errores, por sus conocimientos y experiencias, porque me ayudaron a forjarme en el camino de la investigación, y porque contribuyeron a la adquisición del conocimiento necesario para lograr esta meta, Gracias.

A mis compañeros y amigos

por todas las experiencias compartidas, por los buenos y malos momentos que pasamos juntos, y por todo el apoyo proporcionado, Gracias.

¡Porque sin ustedes, no hubiera sido posible lograrlo!

Índice general

RESUMEN.....	I
ABSTRACT	III
Nomenclatura	X
Índice de figuras.....	XII
Índice de tablas.....	XIV
Índice de abreviaturas.....	XV
Capítulo 1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Planteamiento del Problema.....	2
1.2 Justificación.....	4
1.3 Antecedentes	5
1.4 Objetivos	9
1.4.1 Objetivo General	9
1.4.2 Objetivos específicos.....	9
1.5 Hipótesis.....	9
2.1 Conformación física	10
2.2 Composición química.....	11
2.3 Contenido nutrimental.....	12
2.4 Contenido de humedad en la papa.....	14
2.4.1 Agua libre	14
2.4.2 Agua ligada	14
2.4.3 Agua de constitución.....	15
2.5 Condiciones de secado	15
2.5.1 Condiciones externas.....	15
2.5.2 Condiciones internas	16
2.6 Etapas del proceso de secado	16
2.6.1 Periodo de rapidez constante (PRC).....	16

INDICE GENERAL

2.6.2	Primer periodo de rapidez decreciente	17
2.6.3	Segundo periodo de rapidez decreciente	17
2.7	Mecanismos de transporte	18
2.7.1	Transferencia de calor	19
2.7.1.1	Convección.....	19
2.7.1.2	Conducción.....	20
2.7.2	Transferencia de masa	21
2.7.2.1	Difusión.....	21
2.7.2.2	Transferencia de masa por convección	22
2.7.2.3	Movimiento capilar	22
2.8	Teoría de la capa límite	23
2.8.1	Capa límite hidrodinámica	24
2.8.2	Capa límite térmica.....	25
2.8.3	Capa límite de concentración	27
2.8.4	Analogías entre las capas límites.....	28
2.9	Parámetros adimensionales	30
2.9.1	Número de Biot.....	30
2.9.2	Número de Reynolds.....	31
CAPITULO 3. METODOLOGIA.....		33
3.1	Material	33
3.1.1	Selección de material	33
3.1.2	Preparación de muestras.....	33
3.2	Equipo	35
3.3	Diseño de experimentos	37
3.4	Cinéticas de secado de papa	37
3.4.1	Condiciones del proceso.....	38
3.4.2	Operación del túnel de secado.....	39
3.5	Análisis de datos	39
3.5.1	Determinación del contenido de humedad en la papa	40
3.5.2	Determinación del contenido de humedad en el equilibrio	40
3.5.3	Estandarización de curvas	41
3.6	Modelo matemático.....	42

INDICE GENERAL

3.7 Validación del modelo matemático.....	43
CAPITULO 4. MÉTODO DE LA CURVA CARACTERÍSTICA	44
CAPITULO 5. MODELO MATEMÁTICO FENOMENOLÓGICO.....	49
5.1 La papa como material poroso e higroscópico.....	49
5.2 Elemento de volumen representativo (EVR).....	50
5.3 Ecuaciones generales de mecanismos de transporte	51
5.3.1 Ecuación de continuidad:	52
5.3.2 Ecuación de energía térmica:	52
5.3.3 Ecuación de transferencia de masa.....	53
5.4 Ecuaciones del modelo.....	53
5.4.1 Ecuaciones de transferencia de masa	54
5.4.1.2 Fase líquida	54
5.4.1.2 Fase gaseosa.....	56
5.4.1.3 Agua ligada	64
5.4.2 Ecuaciones de transferencia de calor.....	66
5.5 Geometría del material para el modelo	67
5.6 Condiciones frontera	68
5.7 Resumen de ecuaciones y parámetros de entrada	69
Capitulo 6. RESULTADOS Y DISCUSIONES	71
6.1 Efecto de la velocidad del aire sobre el flujo de agua	73
6.2 Periodo de rapidez constante.....	77
6.3 Coeficientes de transferencia de masa y calor.....	80
6.4 Teoría de la capa límite	82
6.5 Método de la curva característica.....	85
6.6 Modelo matemático multifísico	94
CAPITULO 7. CONCLUSIONES.....	103
REFERENCIAS.....	105

NOMENCLATURA

Nomenclatura

A_x	Constante del modelo DCC para la etapa x	K	Permeabilidad absoluta (m^2)
A	Área (m^2)	k	Permeabilidad intrínseca (m^2)
a_w	Actividad del agua	K_l	Permeabilidad del líquido (m^2)
b_x	Constante del modelo DCC para la etapa x	k_m	Coefficiente de transferencia de masa (m/s)
c_x	Constante del modelo DCC para la etapa x	k_{rg}	Permeabilidad relativa del gas (m^2)
C_A	Concentración del componente A	k_{rl}	Permeabilidad relativa del líquido (m^2)
$C_{A\infty}$	Concentración del aire de secado	L	Longitud (m) y largo de la muestra (m)
C_{vap}	Concentración de vapor en el aire de secado	m_t	Masa del material en el tiempo t (kg)
C_{sup}	Concentración de vapor en la superficie del material	m_i	Masa del componente i (kg)
C_{A1}	Concentración del fluido 1	m_f	Masa final del producto (kg)
C_{A2}	Concentración del fluido 2	n	Número de moles
C_{As}	Concentración de A en la superficie	\mathbf{n}	Vector normal a la superficie
C_a^g	Concentración de aire en el gas	P	Presión (Pa)
C_v^g	Concentración de vapor en el gas	P_a	Presión del aire (Pa)
C_p	capacidad calorífica (J/kg)	P_c	Presión capilar (Pa)
C_{pl}	capacidad calorífica agua (J/kg)	P_l	Presión del líquido (Pa)
C_{pa}	Capacidad calorífica aire (J/kg)	P_v	Presión del vapor (Pa)
C_{pv}	Capacidad calorífica vapor (J/kg)	P_g	Presión del gas (Pa)
d_x	Constante del modelo DCC para la etapa x	P_g^g	Presión del gas en la fase gaseosa (Pa)
D	Distancia por donde fluye el fluido (m)	P_l^l	Presión del líquido en la fase líquida (Pa)
D_b	Difusividad de agua ligada (m^2/s)	P_a^g	Presión de agua en el gas (Pa)
D_{AB}	Difusividad de A en B (m^2/s)	P_v^{sat}	Presión de vapor en saturación (Pa)
D_c	Difusividad capilar (m^2/s)	P_i^g	Presión del componente i en la fase gaseosa (Pa)
D_{eff}	Difusividad efectiva (m^2/s)	P_v^g	Presión de vapor en el gas (Pa)
h	Espesor de la muestra (m)	PM	Peso molecular (kg/mol)
h_a	Coefficiente de transferencia de aire (m/s)	PM_a	Peso molecular aire (kg/mol)
h_c	Coefficiente de transferencia de calor ($W/m^2 K$)	PM_l	Peso molecular agua (kg/mol)
HR	Humedad relativa (%)	PSC	Peso seco calculado muestra (kg)
i	Intervalo durante el proceso	Q	Gasto de agua (kg/s)
I	Flujo de agua líquida ($kg/m^2 s$)	q	Calor (W)
I_b	Flujo de agua ligada ($kg/m^2 s$)	R	Constante de los gases ideales (J/ mol K)
J_A	Flux másico por convección ($kg/m^2 s$)	S_w	Saturación de agua
J_{Az}	Flux másico de un componente A en z distancia ($kg/m^2 s$)	S_{mi}	Saturación inicial de agua
J_b	Flux de agua ligada ($kg/m^2 s$)		

NOMENCLATURA

<p>s Distancia (m)</p> <p>T Temperatura (K)</p> <p>T_i Temperatura en la interfase (K)</p> <p>T_s Temperatura de la superficie (K)</p> <p>T_∞ Temperatura del aire de secado (K)</p> <p>T_v Temperatura del vapor (K)</p> <p>T_f Temperatura de fases (K)</p> <p>t Tiempo (s)</p> <p>t_f Tiempo final (s)</p> <p>t_0 Tiempo inicial (s)</p> <p>V Velocidad de secado (kg/s)</p> <p>V_0 Velocidad inicial (kg/s)</p> <p>V_i Velocidad en el tiempo i (kg/s)</p> <p>V_f Velocidad final (kg/s)</p> <p>V_r Velocidad reducida</p> <p>V_{ref} Velocidad de referencia (kg/s)</p> <p>V_w Volumen de la fase líquida (m³)</p> <p>V_g Volumen de la fase gaseosa (m³)</p> <p>V_s Volumen de la fase sólida (m³)</p> <p>\vec{V}_l Velocidad de flujo de fase líquida (m/s)</p> <p>\vec{V}_g Velocidad de flujo de fase gaseosa (m/s)</p> <p>V_∞ Velocidad del aire de secado (m/s)</p> <p>V_x Velocidad en la capa límite (m/s)</p> <p>w_s Fracción masa en la superficie</p> <p>w_∞ Fracción masa del aire de secado</p> <p>W Contenido de humedad (kg agua/kg masa seca)</p> <p>W_{actual} Contenido de humedad local (kg agua/kg masa seca)</p> <p>W_b Contenido de agua ligada (kg)</p> <p>W_{crit} Contenido crítico de humedad (kg agua/kg masa seca)</p> <p>W_{exp} Contenido de humedad de datos experimentales (kg de agua/kg masa seca)</p> <p>W_{eq} Contenido de humedad en el equilibrio (kg agua/kg masa seca)</p> <p>W_f Contenido de humedad final (kg agua/kg masa seca)</p> <p>W_{max} Contenido de humedad máximo (kg agua/kg masa seca)</p> <p>W_{mod} Contenido de humedad de datos del método de DCC (kg de agua/ kg masa seca)</p> <p>W_r Contenido de humedad reducido (kg de agua/kg masa seca)</p> <p>W_{rm} Contenido de humedad límite inferior etapa lineal para el DCC</p> <p>W_m Contenido de humedad límite superior etapa lineal para el DCC</p> <p>W_{rq} Contenido de humedad límite superior etapa exponencial para el DCC</p>	<p>x Eje sobre la abscisa (m)</p> <p>x Etapa de secado método DCC</p> <p>X Peso del material (kg)</p> <p>y Eje sobre la ordenada (m)</p> <p>z Distancia de difusión (m)</p> <p>Alfabeto griego</p> <p>α Difusividad térmica</p> <p>δ Espesor capa límite hidrodinámica (m)</p> <p>δ_C Espesor capa límite de concentración (m)</p> <p>δ_T Espesor capa límite térmica (m)</p> <p>λ Conductividad térmica papa (W/m² K)</p> <p>ρ Densidad (kg/m³)</p> <p>ρ_s Densidad del sólido(kg/m³)</p> <p>ρ_w Densidad del agua (kg/m³)</p> <p>ρ_a Densidad del aire (kg/m³)</p> <p>ρ_a^g Densidad del aire en el gas (kg/m³)</p> <p>ρ_g^g Densidad del gas en el gas (kg/m³)</p> <p>ρ_i^g Densidad del componente i en la fase gaseosa (kg/m³)</p> <p>ρ_v^g Densidad del vapor en el gas (kg/m³)</p> <p>ρv Vector de velocidad másica</p> <p>μ Viscosidad (Pa s)</p> <p>μ_l Viscosidad del líquido (Pa s)</p> <p>μ_g Viscosidad del gas (Pa s)</p> <p>Φ porosidad</p> <p>Φ_l Fracción de porosidad ocupada por líquido</p> <p>Φ_g Fracción de porosidad ocupada por el gas</p> <p>τ_0 Esfuerzo cortante</p> <p>ν Viscosidad cinemática (Pa s)</p> <p>Números adimensionales</p> <p>Pr Número de Prandtl</p> <p>Re Número de Reynolds</p> <p>Bi Número de Biot</p> <p>Sc Número de Schmidt</p>
---	---

Índice de figuras

Figura 1. Partes que constituyen un bulbo de papa..... 11

Figura 2. Composición química de la papa 11

Figura 3. Composición nutrimental de la papa. Fuente: FAO, 2008..... 13

Figura 4. Capa límite para el flujo que pasa por una placa plana 24

Figura 5. Capa límite térmica sobre una superficie plana..... 26

Figura 6 Capa límite de concentración sobre una superficie plana 27

Figura 7. Comportamiento de la capa limite hidrodinámica, térmica y de concentración..... 30

Figura 8. Dimensiones de rodajas de papa..... 34

Figura 9. Túnel de secado 35

Figura 10. Termómetro infrarrojo 37

Figura 11. Charola con rodajas de papa acomodadas 38

Figura 12. Medición de temperatura de la muestra..... 39

Figura 13. Malla FEM usada para la simulación del modelo durante el secado de papa (las dimensiones son expresadas en metros)..... 42

Figura 14. Elemento de volumen representativo del material poroso 51

Figura 15. Isotherma de sorción de la papa a 60°C (Chen, 2006)..... 59

Figura 16. Etapas del dominio capilar e higroscópico. 60

Figura 17. Isotherma de sorción extrapolada en COMSOL Multiphysics. 60

Figura 18. Permeabilidad de la papa en función de la saturación 62

Figura 19. Diagrama esquemático del proceso simultáneo de transferencia de masa y calor en la papa.68

Figura 20. Cinéticas de peso de cuatro experimentos a velocidades de flujo de aire de (a) 1.0 m/s, (b) 1.4 m/s, (c) 1.8 m/s y (d) 2.2 m/s..... 71

Figura 21. Contenido de humedad contra tiempo de las cuatro corridas a las velocidades de flujo de aire de (a) 1.0 m/s, (b) 1.4 m/s, (c) 1.8 m/s y (d) 2.2 m/s. 72

Figura 22. Rapidez de secado estandarizada contra contenido de humedad estandarizado de las cuatro corridas a las velocidades de flujo de aire de (a) 1.0 m/s, (b) 1.4 m/s, (c) 1.8 m/s y (d) 2.2 m/s. 73

Figura 23. Cinética de Contenido de humedad y evolución térmica superficial a velocidad de flujo de aire de 1.0, 1.4, 1.8 y 2.2 m/s 74

Figura 24. Efecto de la velocidad de flujo de aire sobre la rapidez de secado. 75

Figura 25. Efecto de la velocidad del aire sobre la variación del flujo másico con respecto al contenido de humedad. 76

Figura 26. Evolución térmica superficial durante el periodo de rapidez constante a 1.0 m/s. 77

Figura 27. Flux másico contra contenido de humedad durante el periodo de rapidez constante a 1.0 m/s. 78

Figura 28. Evolución térmica superficial durante el periodo de rapidez constante a 0.6 m/s. 79

Figura 29. Muestras secas a velocidad de flujo de aire de 0.6 m/s..... 80

Figura 30. Comportamiento de la capa limite a diferentes velocidades de flujo de aire. 82

Figura 31. Comportamiento de las capas límites hidrodinámica, térmica y de concentración a velocidades de flujo de aire de 1.0, 1.4, 1.8 y 2.2 m/s. 83

Figura 32. Efecto de la velocidad del aire en la cinética de W..... 85

INDICE DE FIGURAS

Figura 33. Efecto de la velocidad del aire en la cinética de W reducido.....	86
Figura 34. Determinación de las etapas de secado en la relación de W reducido y Velocidad reducida a 1.0 m/s.	87
Figura 35. Evolución térmica superficial a las cuatro velocidades de aire operadas.	87
Figura 36. Determinación de las etapas de secado en la relación de CH reducido y Velocidad reducida a 1.4 m/s.	89
Figura 37. Determinación de las etapas de secado en la relación de W reducido y Velocidad reducida a 1.8 m/s.	91
Figura 38. Determinación de las etapas de secado en la relación de W reducido y Velocidad reducida a 2.2 m/s	92
Figura 39. Cinéticas de secado del modelo vs. experimental a velocidad de flujo de aire de 1.0, 1.4, 1.8 y 2.2 m/s	94
Figura 40. Cinética de secado y evolución térmica experimental y del modelo a 1.0 m/s.....	95
Figura 41. Perfil del contenido de humedad al final del secado en la cara lateral izquierda a 1.0 m/s....	96
Figura 42. Cinética de secado y evolución térmica experimental y del modelo a 2.2 m/s.....	98
Figura 43. Perfil parabólico del contenido de humedad al final del secado en la cara lateral izquierda a 2.2 m/s	99
Figura 44. Perfil parabólico de temperatura en la cara lateral izquierda a 1.0 m/s.....	100
Figura 45. Perfil parabólico de temperatura en la cara lateral izquierda a 2.2 m/s.....	100
Figura 46. Distribución de humedad a las 4 horas de secado a velocidad de aire de 1.0 m/s	101
Figura 47. Distribución de humedad a las 4 horas de secado a velocidad de aire de 2.2 m/s	102

Índice de tablas

<i>Tabla 1. Nutrientes de composición de una papa cruda. Fuente: FAO, 2008.</i>	12
<i>Tabla 2. Condiciones de proceso de secado de papa.....</i>	38
<i>Tabla 3. Ecuaciones que describen las condiciones frontera para el modelo.....</i>	69
<i>Tabla 4. Ecuaciones diferenciales parciales para el modelo matemático.</i>	69
<i>Tabla 5. Condiciones frontera e iniciales para el modelo.....</i>	70
<i>Tabla 6. Parámetros de entrada para el modelo.....</i>	70
<i>Tabla 7. Coeficientes de transferencia de calor y masa a partir de datos experimentales a las diferentes velocidades de aire.</i>	81
<i>Tabla 8. Valores de espesor y retardo de la capa límite a diferentes velocidades de aire.....</i>	83
<i>Tabla 9. Valores de los coeficientes de transferencia de masa y calor obtenidos a partir de la capa límite térmica y de concentración, y los obtenidos a partir de datos experimentales.</i>	84
<i>Tabla 10. Comportamiento de los periodos de secado identificados a partir de la evolución térmica superficial del material y valores del contenido de humedad reducido inicial para cada fase a diferentes velocidades de aire: 1.0, 1.4 , 1.8 y 2.2 m/s.</i>	93
<i>Tabla 11. Parámetros del método para cada fase a diferentes velocidades de aire: 1.0, 1.4 , 1.8 y 2.2 m/s.</i>	93

Índice de abreviaturas

<i>DCC</i>	<i>Curva Característica de Secado</i>
<i>EDP</i>	<i>Ecuaciones diferenciales parciales</i>
<i>EVR</i>	<i>Elemento de volumen representativo</i>
<i>FAO</i>	<i>Organización de las Naciones Unidas para la alimentación y agricultura</i>
<i>FEM</i>	<i>Método de elementos finitos</i>
<i>HR</i>	<i>Humedad relativa</i>
<i>INEGI</i>	<i>Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática</i>
<i>PM</i>	<i>Peso molecular</i>
<i>PRC</i>	<i>Periodo de rapidez constante</i>
<i>PSC</i>	<i>Peso seco calculado</i>

Capítulo 1. INTRODUCCIÓN

México es un país rico en recursos naturales y una de las principales actividades es la agroindustria. Las economías basadas en este sector, se han visto forzadas a formar parte de la globalización en la que sociedades más urbanizadas y tecnológicamente más avanzadas, abren nuevas oportunidades al procesamiento de los recursos naturales.

La Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura (FAO, 2008), considera que la papa es el alimento del futuro para solucionar los problemas de hambruna y de seguridad alimentaria, ya que posee grandes atributos nutrimentales y energéticos. La papa es el cuarto cultivo a nivel mundial después del maíz, trigo y arroz y se encuentra en más de 130 países (Santiago & García, 2001). En México, el cultivo de papa se realiza en 24 entidades, lo cual lo convierte en uno de los cultivos más importantes del país (INEGI, 2007). La papa es una buena fuente de energía debido a su alto contenido de almidón, posee proteínas y minerales que satisfacen la ingesta diaria, y además contiene abundante vitamina C.

La producción mundial de papa aumenta día a día y su consumo ya no se basa únicamente en el producto fresco. El procesamiento de papa es una alternativa de consumo que ofrece un producto de buena calidad, inocuo y de fácil acceso. El secado, es un método crucial en el procesamiento de la papa y, debido a su importancia, requiere del estudio detallado de los fenómenos que ocurren. Durante el secado, se sabe que existe un periodo de rapidez constante inicial, el cual depende del flujo de agua hacia la superficie y es determinado por las condiciones externas del proceso. Posteriormente se presenta el periodo de rapidez decreciente, el cual depende de las propiedades del material. La duración y los mecanismos de transporte que suceden en cada uno da lugar a la calidad del producto final.

En el presente trabajo se estudian los fenómenos de transporte de masa y calor durante el secado por convección de aire caliente de la papa, explorando el periodo de rapidez constante y decreciente a diferentes velocidades de aire. Asimismo, se detalla el comportamiento térmico del material

analizando la temperatura superficial mediante un termómetro infrarrojo para identificar las etapas de secado, y diseñar el modelo matemático que permita dar explicación a los fenómenos físicos de transferencia de masa y calor involucrados. En el primer capítulo se expone el planteamiento del problema, la justificación, los objetivos y las hipótesis del trabajo. En el segundo capítulo se detalla la estructura y composición de la papa, lo que permite entender los mecanismos de transferencia que se llevan a cabo. Asimismo se explican los fundamentos teóricos del secado de papa, que incluye la física del secado y las leyes y mecanismos que rigen el proceso. En el tercer capítulo se expone la metodología empleada durante el secado de papa, la cual incluye los materiales, métodos y equipo empleado, así como el diseño experimental y la descripción del análisis de resultados experimentales. En el cuarto capítulo se deduce un modelo por el Método de la Curva Característica, así como la estimación de parámetros. En el quinto capítulo se describe el modelo fenomenológico para el secado de papa, así como las ecuaciones y propiedades necesarias para su simulación. En el capítulo seis se analizan y discuten los resultados obtenidos, los cuales evalúan la velocidad del flujo de aire en los resultados experimentales, la determinación de las etapas de secado a partir de la temperatura superficial, y la comparación entre experimentos y el modelo matemático. Finalmente, se enlistan las conclusiones obtenidas en la presente investigación.

1.1 Planteamiento del Problema

El secado es una operación fundamental para el procesamiento de la papa, debido a que mejora la calidad del producto final e incrementa la vida de anaquel. Existen muchas variables de secado, pero los mecanismos de transporte que se desarrollan dependen de la estructura del material y de las condiciones del proceso. El secado por convección es la operación más frecuente aplicada a los alimentos. Sin embargo, los tiempos prolongados del proceso, la deformación del material y la degradación sustancial de los nutrientes, ha dado lugar a diversas investigaciones en ésta área.

Se han realizado muchos estudios acerca de la composición química, valor nutrimental y procesado de la papa como alternativa de consumo, los cuales se han enfocado principalmente al estudio de las propiedades y calidad final del producto. No obstante, es necesario detallar los mecanismos de transferencia de masa y calor a lo largo del proceso de secado, lo cual tiene implicaciones en la calidad del producto final, en el diseño de procesos, y en la optimización energética de los sistemas (Datta, 2007; Aversa et al., 2006; Lewicki, 2006; Krokida et al., 2004; Aguilera et al., 2003).

INTRODUCCIÓN

La papa, al ser un material biológico constituido principalmente de carbohidratos y por tener un carácter higroscópico, desarrolla diferentes mecanismos de transferencia de masa y calor en su estructura interna en las diferentes etapas del secado, las cuales han sido complejas de identificar. Las investigaciones que dan las bases y los elementos para esta identificación, tienen acceso a esa información a partir de las cinéticas globales de secado, sin considerar los mecanismos físicos del transporte de humedad y sin tomar en cuenta la evolución térmica del material a partir de un análisis fenomenológico (Roselló et al., 1992).

Algunos estudios realizados sobre secado de papa, muestran la controversia sobre la existencia del periodo de rapidez constante durante el proceso a diferentes condiciones de temperatura y humedad relativa (Perré & May, 2007). Sin embargo, la influencia del flujo de aire y su efecto sobre la superficie de los materiales es un parámetro que aún no ha sido estudiado para la determinación de las etapas de secado, y el cual, es importante a considerar para poder entender los mecanismos de transferencia de masa y calor.

En los últimos años se han incrementados los estudios que engloban modelos matemáticos de secado, los cuales explican los fenómenos ocurridos durante el proceso y son una herramienta eficaz para su optimización. La mayoría de ellos, simulan la pérdida de humedad en un alimento a diferentes condiciones de proceso. Los modelos existentes para papa, engloban varios mecanismos en la difusión, lo cual limita en mucho la explicación del secado como operación unitaria, pues no solo la difusión está presente durante el secado de alimentos (Silva et al., 2010; Srikiatden & Roberts, 2008; Kalbasi & Mehraban, 2000; Wang & Brennan, 1995). Estos modelos no consideran los diferentes mecanismos de transferencia de humedad, los cuales incluyen el transporte de agua dentro del material, el transporte de la fase vapor, así como la transferencia de masa entre la superficie y el medio a través de una interfase que se supone en equilibrio termodinámico. De la misma manera, no consideran los parámetros del estado termodinámico, es decir, la temperatura y el contenido de humedad del sólido, por lo que es necesario el desarrollo de modelos que impliquen simultáneamente ambos parámetros.

En el presente trabajo se presenta un modelo semiempírico que identifica las etapas de secado a partir de la evolución térmica superficial, para comprobar la existencia del PRC y dar explicación a cada uno de los fenómenos ocurridos en las etapas de secado; y se presenta un modelo fenomenológico que engloba simultáneamente los fenómenos de transferencia de masa y calor, lo cual dará aporte de nuevos elementos de discusión y análisis para el secado de papa.

1.2 Justificación

El secado es un proceso complejo que afecta a las propiedades de los alimentos de muchas maneras las cuales son desfavorables para la calidad del producto final. Sin embargo, estos cambios se pueden reducir mediante el diseño adecuado del proceso de secado, por lo que es imprescindible el conocimiento profundo sobre la física del secado y su influencia sobre la calidad y funcionalidad de los alimentos (Lewicki, 2006). Los avances en este sentido, solo pueden ocurrir si se dirigen las investigaciones hacia el estudio del comportamiento de pérdida de agua y al transporte de energía en el interior del producto y la física del secado (Wang & Brennan, 1995).

La papa posee propiedades únicas que son importantes de estudiar, pues es un sólido poroso homogéneo, fácilmente manipulable, de fácil obtención y bajo costo, por lo que ha sido ampliamente usado como objeto de estudio. Se han realizado varios estudios acerca del proceso de secado en la papa, enfocados principalmente en la determinación de la calidad final del producto (Albanese, 2006; Leeratanarak et al., 2006; Rungthip et al., 2008; Troncoso, 2007; Srikiatden & Roberts, 2008; Cunningham et al., 2008; Yadollahinia & Jahangiri, 2009). Sin embargo, en los últimos años, las investigaciones sobre secado se dirigen hacia el estudio macroscópico de los mecanismos de transporte durante el secado de papa, y desde este punto de vista, existe un amplio margen de mejora en las propiedades de la papa seca, ya que se sabe que las características del producto y su estructura final dependen del tipo de secado, del efecto de las variables del proceso y de los elementos estructurales originales del material (Troncoso & Pedreschi, 2007).

La mayoría de los modelos presentados en la literatura para el secado con aire caliente y húmedo, hacen caso omiso de la distribución de la temperatura en el material, y únicamente predicen el contenido de humedad (Mohammed, 2009). Los desafíos en las nuevas investigaciones están en relacionar la transferencia de calor y masa con las propiedades del producto seco. Se conoce que durante el periodo de rapidez constante los fenómenos se llevan a cabo en la superficie del sólido, y son controlados por los mecanismos de transferencia de calor. En el periodo de rapidez decreciente el secado es controlado por los mecanismos de transferencia de masa, y depende de las propiedades del material. El punto donde estos periodos se encuentran depende de las propiedades físicas y térmicas del material, y del comportamiento de la interfase (Kalbasi & Mehraban 2000). Las necesidades actuales de la industria de alimentos, han impulsado a desarrollar trabajos de investigación tomando en cuenta el transporte de fases. Desde este punto de vista, es posible interrelacionar los mecanismos de transporte con la identificación de las etapas de secado, lo que

permite la incorporación de tecnologías aplicadas y métodos alternativos que puedan mejorar la eficiencia energética, disminución de los tiempos de secado y costos de proceso, así como evitar la degradación de nutrientes por efectos térmicos o mecánicos sin afectar la calidad del producto.

Debido a las crecientes necesidades del conocimiento profundo del proceso, se han implementado diversos modelos matemáticos para el análisis de los mecanismos de transporte durante el secado. Los datos experimentales obtenidos contribuyen al enfoque empírico que permite describir modelos a partir de ecuaciones derivadas de difusión molecular y flujo capilar. El análisis de los fenómenos que se llevan a cabo durante el proceso, permiten mejoras tecnológicas para innovar los métodos de secado existentes y ampliar los procesos industriales, y de esta manera, dar las bases para futuras investigaciones.

1.3 Antecedentes

La papa es un material que debido a sus propiedades y fácil obtención, ha sido ampliamente estudiado, principalmente en los efectos de las variables del proceso sobre las reacciones químicas y calidad del producto final. En los últimos años, las investigaciones se han dirigido al estudio de los fenómenos de transporte como un material multifacético desde el complejo proceso que involucra mecanismos simultáneos de transferencia de masa y calor.

Muchas investigaciones únicamente consideran la transferencia de masa en sus modelos. Pereira da Silva et al. (2010) proponen un método para la determinación simultánea de la difusividad efectiva y el coeficiente de transferencia de masa en muestras cilíndricas de papa, encontrando que la difusión del agua es el único mecanismo de transporte dentro del sólido, y que su dimensión no varía mientras sea la difusión el mecanismo dominante. La transferencia de masa permanece constante en esta etapa.

Debido a que durante el secado convectivo, los mecanismos de transporte de masa y calor son simultáneos, se realizaron diversas investigaciones para dar explicación al comportamiento del material. Wang & Brennan (1995) proponen un modelo matemático que describe la distribución de humedad y temperatura simultáneamente en una muestra de papa, el cual considera la interrelación entre la superficie del sólido y el efecto de humedad, incorporando las constantes físicas y propiedades térmicas del material, a partir del estudio del encogimiento. Los resultados predicen

INTRODUCCIÓN

correctamente el comportamiento de la interfase durante el secado, concluyendo que el encogimiento de la muestra depende de los parámetros durante el secado de la papa. Sin embargo, su modelo no consideró el flujo de vapor de agua en la superficie. Kalbasi & Mehraban (2000) estudiaron el flujo de vapor de agua durante el secado de papa, a partir de los trabajos realizados por Wang & Brennan (1995). Ellos encontraron que al inicio del secado la superficie de la muestra se encuentra lo suficientemente húmeda, y como hay poca resistencia al flujo de masa por difusión hacia el ambiente, predominan los mecanismos por convección. Al secarse la superficie, hay mayor resistencia al flujo de masa en el interior del material, por lo que la transferencia de calor se lleva a cabo por conducción. Su modelo es útil para predecir el tiempo de secado y el punto de conclusión del proceso, y permite entender el fenómeno del encogimiento en la superficie del material.

Srikiatden & Roberts (2008) analizaron los perfiles de temperatura para muestras de papa durante el secado por convección, a fin de explicar el comportamiento de la papa como material higroscópico y simular la transferencia simultánea de calor y masa. Su modelo considera la difusividad efectiva y su relación con la temperatura a partir de condiciones isotérmicas. Los datos obtenidos aplican para modelar el perfil de humedad durante el secado a condiciones no isotérmicas. El modelo predijo con exactitud la pérdida de humedad en función del tiempo de secado y la posición del material. De igual manera demuestra la importancia y la precisión de los coeficientes de difusión obtenidos y de la dependencia de la temperatura en un régimen isotérmico.

En teoría, los alimentos con alto contenido de humedad muestran un periodo de rapidez de secado constante, el cual se supone es controlado por las condiciones externas y depende solamente de las condiciones del aire y de la geometría del producto. Posteriormente aparece un periodo de rapidez decreciente, el cual depende de las condiciones internas del producto (Giner, 2009). La existencia del periodo de rapidez constante es de gran importancia, ya que denota una eficiente transferencia de masa interna a través de las fuerzas capilares. Este periodo únicamente aparece mientras el agua líquida se encuentra presente en la superficie de intercambio o interfase.

May & Perré (2002), en su trabajo, argumentan la controversia que existe en la literatura sobre la existencia del primer periodo de rapidez constante durante el secado de papa. Sus resultados muestran la existencia de esta etapa en el secado de papa, la cual tiene gran importancia sobre el cambio de las propiedades mecánicas, y sus efectos en la calidad del producto. Para demostrar su aparición midieron la temperatura superficial durante el secado. Su investigación relaciona el comportamiento de la interfase y la temperatura superficial para describir la contracción y

INTRODUCCIÓN

porosidad de la muestra. Se encontró que la temperatura es muy semejante a la del bulbo húmedo y la velocidad de secado en el área de superficie de intercambio es constante, así como el efecto de la interfase en la contracción de la muestra. En 2007, dando continuidad a la investigación, mostraron que para materiales con alta contracción, el periodo de rapidez constante puede ser engañoso debido a la disminución sustancial de la superficie de intercambio. Los resultados muestran que la papa mantiene su forma en la primera etapa del secado, y que en la etapa de rapidez decreciente aparecen deformaciones en la superficie, lo que indica que la contracción inicia durante este periodo.

La interfase es determinante en los mecanismos de transporte ocurridos durante el secado. La capa fina o interfase, es definida por Pabis et al. (1998) como la capa de partículas de los alimentos que, al secarse por convección puede ser modelado por las mismas ecuaciones de secado como partículas en suspensión en el aire de secado. Mohammed (2009) argumenta la formación de una interfase móvil en diferentes procesos de secado de papa debido al efecto de la humedad. La región de difusión tiene un contenido máximo de humedad en la interfase con la región central y un contenido mínimo de humedad en la interfase con la superficie seca. El grosor de esta región depende de la naturaleza del proceso de secado.

Campos Mendiola et al. (2007), estudiaron la relación entre la interfase y la contracción de papa durante el secado convectivo a condiciones no isotrópicas aplicando la metodología SAFES (Systematic approach to food engineering systems). Ellos relacionan la superficie de la papa con el contenido de humedad y la contracción durante el secado. Los resultados muestran que la estructura interna de la papa, formada por una matriz sólida es proyectada por el aire hacia la superficie en forma fractal en la interfase entre el sólido y el aire de secado. Este método empleado evalúa el contenido de humedad durante el encogimiento no isotrópico de la papa. La interfase muestra un perfil que puede ser caracterizado por la ayuda de una geometría fractal.

El efecto de la velocidad del aire, también se ha estudiado durante el secado convectivo de papa. Hassini et al. (2004), determinaron el coeficiente de difusión de la humedad de la papa mediante dos métodos. El primero considera el efecto de la temperatura y velocidad del aire y el espesor de la muestra en la difusión del agua. El segundo considera la contracción. Los resultados muestran que al aumentar la velocidad del aire, aumenta la Difusividad efectiva del material. La velocidad del aire de secado está relacionada con la transferencia de calor por convección, que provee mayor temperatura a la muestra a mayor velocidad del aire. Esta temperatura origina un incremento en la

INTRODUCCIÓN

Difusividad de transferencia de masa. Su modelo propone un coeficiente de difusión efectiva de la papa durante el secado convectivo en función del contenido de humedad y temperatura.

Aversa et al. (2007) presentan un modelo teórico que describe los fenómenos de transporte involucrados en los alimentos. Ellos estudian el efecto de las variables del aire sobre el rendimiento de proceso, mediante la aplicación del método de elementos finitos (FEM). Su modelo bidimensional predice la evolución de calor por conducción y transporte de masa por difusión en el alimento, así como el transporte de agua libre y evaporación en la interfase. Los resultados muestran que la variación de la velocidad y humedad relativa del aire de secado causan en efecto significativo en la rapidez de secado, mientras que al variar la temperatura del aire, el efecto es menor.

Roselló et al. (1992) utilizan un modelo simple para describir la influencia de la temperatura y velocidad del aire durante el secado de cubos de papa. El modelo propone un desplazamiento del agua y vapor en el interior de tipo difusivo, y permite distinguir los periodos de secado. Ellos distinguen el primer periodo de velocidad decreciente entre un rango de 0.7 y 0.3 de contenido de humedad adimensional. Los resultados mostraron que el efecto de la velocidad del aire solo puede apreciarse cuando el flujo de aire oscila de 7000 a 10000 kg/m²h. Si el flujo de aire es menor, la Difusividad efectiva es afectada por las resistencias externas que controlan el proceso. Si el flujo de aire es mayor a 8000 kg/m²h, las resistencias externas no tienen efecto y las resistencias internas controlan el proceso, por lo que se considera un punto crítico este valor. Investigaciones anteriores indican que dada una temperatura de aire, para cierta geometría de material, existe una velocidad del flujo de aire llamada velocidad crítica, sobre la cual la rapidez de secado no incrementa si el valor de la velocidad del aire es incrementado (Mulet et al., 1987).

En los últimos años y a partir del modelo de secado para medios porosos propuesto por Whitaker (1977), la adaptación del material considerando un volumen representativo en donde se muestre la interrelación de las fases que componen al sistema, han dirigido las investigaciones al estudio de la papa como medio continuo. Las nuevas investigaciones sobre secado dirigen sus esfuerzos a estudiar los periodos de secado y los mecanismos de transporte con perspectiva multifísica.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Identificar los mecanismos de transporte de masa y calor durante el secado convectivo de papa, mediante la descripción fenomenológica y la incorporación de la evolución térmica superficial del material, para la determinación de los periodos de secado.

1.4.2 Objetivos específicos

- Determinar las cinéticas de secado experimental de la papa a diferentes velocidades de aire
- Identificar los periodos de secado a partir de la evolución térmica superficial
- Obtener las curvas de secado estandarizadas, por medio del Método de la Curva Característica de Secado (DCC)
- Calcular los coeficientes de transferencia de masa y calor y el efecto de la velocidad del aire
- Identificar las condiciones de velocidad de aire a las cuales se presenta el periodo de rapidez constante
- Diseñar el modelo fenomenológico que permita definir los mecanismos de transporte en cada etapa de secado y dar la solución numérica.

1.5 Hipótesis

Velocidades de aire de secado altas, disminuyen el espesor de la interfase, esto aumenta el coeficiente de transferencia de masa, por ende impide la aparición del periodo de rapidez constante.

Cuando la temperatura superficial del material se mantiene constante, puede ser un indicador de la aparición de un periodo de rapidez constante.

CAPITULO 2. FISICA DEL SECADO

El secado de alimentos es uno de los procesos más comunes usados para mejorar la estabilidad alimenticia, desde que decrece la actividad del agua del material, reduce la actividad microbiológica y minimiza los cambios físicos y químicos durante su almacenamiento (Yadollahinia, 2009). Este proceso es un fenómeno complejo que implica procesos de transferencia de cantidad de movimiento, calor y masa. En este capítulo se da la descripción y composición del material, los fundamentos teóricos de las operaciones involucradas durante el secado de papa, la descripción y migración de humedad, las características de cada etapa de secado, así como la descripción detallada de los mecanismos de transporte que se llevan a cabo.

Durante el proceso pueden desencadenarse reacciones químicas no deseables que repercuten en la calidad del producto final, así como en la pérdida de nutrientes que son arrastrados con el agua que abandona el alimento. En muchos casos, esta pérdida de nutrientes afecta la estructura del material ocasionando precipitación, o reacción con los solutos, lo que da lugar a reacciones de oxidación. Por tal razón, es importante conocer la estructura y composición del material. La papa (*Solanum tuberosum*) es una planta de la familia de las solanáceas, cultivada en casi todo el mundo por su tubérculo comestible. Es una planta anual de tallo erecto. La parte que se consume es su tubérculo, es decir, un engrosamiento subterráneo de los tallos que sirve para almacenar sustancias de reserva. La papa es un tubérculo incluida dentro de las hortalizas o en el grupo de los feculentos o amiláceos.

2.1 Conformación física

La papa es un tallo subterráneo, siendo de los vegetales de este tipo, el de mayor cultivo mundial. Según Desrosier (1991), la papa no es una raíz, ya que tiene nodos, ojos y otras características de los tallos. El bulto es una porción engrosada del tallo subterráneo y está cubierto con una cáscara exterior de material de corcho (capa tuberizada). Bajo la cáscara hay varios tipos de células, las cuales están combinadas con el almidón que es un carbohidrato de reserva (Baez et al., 1997). Las

proporciones de las partes de un bulbo de papa (Desrosier, 1991) la constituyen en un 5-11% en peso; corteza de 35-42%; médula externa de 30-40% y médula interna de 14 a 25% en peso (Figura 1).

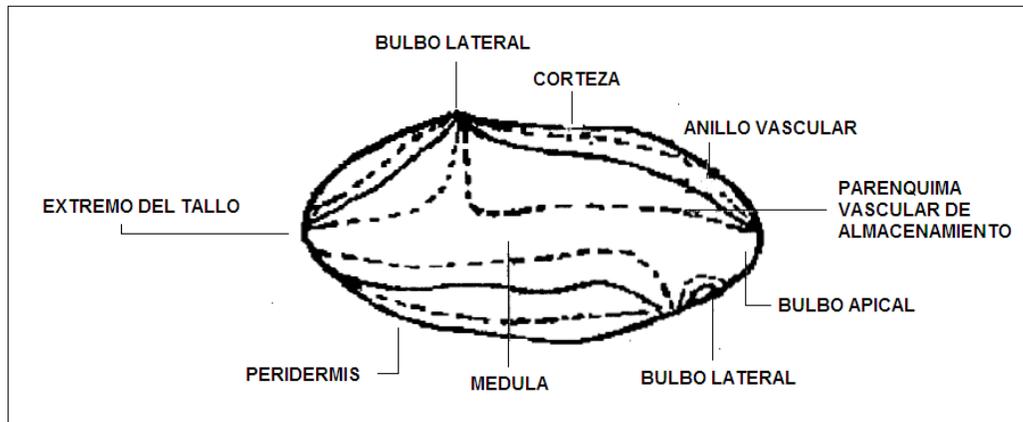


Figura 1. Partes que constituyen un bulbo de papa

2.2 Composición química

Se han realizado muchos estudios sobre la composición de la papa, la cual varía dentro de rangos amplios dependiendo de factores como la variedad, área de desarrollo, maduración y periodo de almacenamiento (Figura 2). Aunque depende de la variedad cultivada, el tubérculo se compone básicamente de 72-75% de agua, 16-20% de fécula en forma de almidón, 2-2.5% de sustancias nitrogenadas, 0.15% de lípidos y 1.0-1.8% de fibra dietética como celulosa (FAO, 2008).

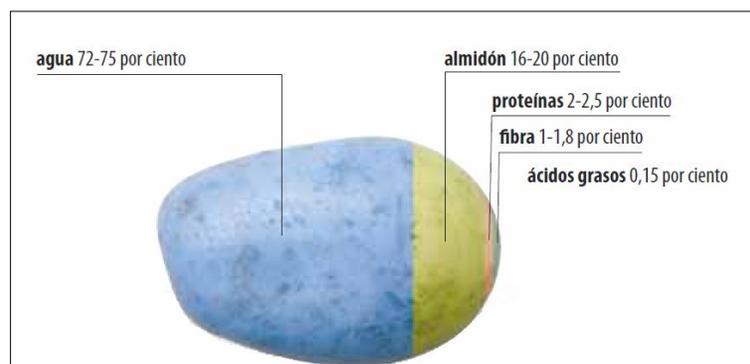


Figura 2. Composición química de la papa

La papa desempeña funciones energéticas debido a su alto contenido en almidón, la cual representa del 65-80% de materia seca, así como también funciones reguladoras del organismo por su elevado

contenido en vitaminas hidrosolubles, minerales y fibra. Su contenido de proteínas presenta un valor biológico relativamente alto dentro de los alimentos de origen vegetal.

Las enzimas presentes en la papa están relacionadas con mecanismos tales como la conversión de almidón a azúcares y algunas amilasas. Existen enzimas como las del grupo de las penifenoloxidasas que participan en el proceso de oscurecimiento enzimático del tubérculo crudo (Baez, et al. 1991).

El almidón, principal componente de la papa, está formado por partículas que miden de 10 a 100 micras. Dichas células se hinchan cuando se calientan a temperaturas de 60-70°C. Temperaturas superiores degradan el almidón disolviendo a polímeros lineales, lo que origina la gelatinización del mismo (Enciclopedia de Tecnología química).

2.3 Contenido nutrimental

La papa aporta más nutrientes que energía al organismo (FAO, 2008). Un tubérculo de papa crudo tiene un gran contenido de nutrientes, las vitaminas y los minerales esenciales para la salud. Una papa tamaño medio contiene una gran cantidad de potasio, y casi la mitad de la vitamina C necesaria para la ingesta diaria en un adulto. También es una fuente importante de vitaminas del complejo B y minerales, como el fósforo y el magnesio (Tabla 1).

Tabla 1. Nutrientes de composición de una papa cruda. Fuente: FAO, 2008.

Micronutrientes	
<i>(una papa cruda, con su piel, 213 g)</i>	
Minerales	
Potasio	897 mg
Fósforo	121 mg
Magnesio	49 mg
Hierro	1,66 mg
Vitaminas	
Vitamina C	42 mg
Niacina	2,2 mg
Vitamina B6	0,62 mg
Tiamina	0,17 mg

FISICA DEL SECADO

Respecto a su peso en seco, el contenido de proteína de la papa es análogo al de los cereales y es muy alto en comparación con otras raíces y tubérculos. Tiene poca grasa y cantidad moderada de hierro, pero el gran contenido de vitamina C fomenta la absorción de este mineral. También contiene antioxidantes alimentarios, los cuales pueden prevenir enfermedades relacionadas con el envejecimiento (FAO, 2008). La Figura 3 muestra la composición nutrimental de un tubérculo de papa.

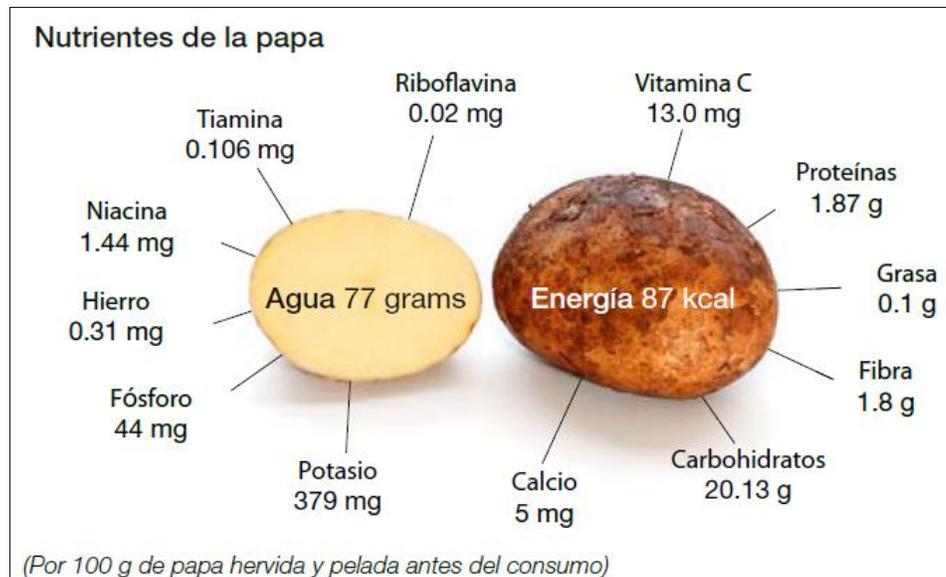


Figura 3. Composición nutrimental de la papa. Fuente: FAO, 2008

Durante el procesamiento de la papa, decrece en gran porcentaje los nutrimentos presentes. Cada método de preparación repercute en la composición de la papa en distintas formas, pero todos reducen el contenido de fibra y proteínas, además de que el calor destruye estos nutrientes o se producen cambios químicos como la oxidación. Cuando la papa se somete a un proceso térmico mediante vapor se pierde gran cantidad de vitamina C, mientras que los procesos que se someten en aceite caliente reducen el contenido de minerales y ácido ascórbico. Cuando la papa es sometida en hornos pierde vitamina C debido a las altas temperaturas, pero en cambio se pierden menos minerales y vitaminas (Baez, et al., 1991). Por esta razón, el secado por convección ofrece una alternativa para la conservación de los nutrientes y del alto contenido energético.

2.4 Contenido de humedad en la papa

La papa es un alimento con alto contenido de humedad, constituida por el 78% de agua (Tscheuschner, 2001). Por ser un material poroso, presenta tres tipos de agua en su estructura interna (Mujundar, 1987):

- a) Agua libre: la cual se encuentra en los capilares o poros del material
- b) Agua ligada: Adherida a las paredes celulares
- c) Agua de constitución: La cual forma parte de la matriz del material.

De acuerdo a la clasificación de sólidos, la papa es un material higroscópico que posee una clara estructura de poros saturados de agua ligada y agua libre, las cuales se pierden durante el proceso originando el encogimiento del material desde el inicio.

2.4.1 Agua libre

El agua libre o líquido capilar queda retenida por los intersticios de la materia porosa y, durante el secado, se desplaza hacia la superficie bajo la acción de fuerzas capilares. En los materiales de poros finos, el diámetro capilar es muy reducido (inferior a los 10^{-7} m); la presión de vapor es sensiblemente menor y desciende aún más en el transcurso del secado, ya que el líquido queda retenido en los capilares más finos dando lugar a un material higroscópico. Durante el proceso de secado se elimina en su totalidad el agua libre de la papa.

2.4.2 Agua ligada

El agua ligada o líquido adherente se presenta en forma de una película unida a los fragmentos gruesos de la superficie exterior y paredes celulares de la materia, existiendo por todas partes un contacto libre entre la superficie húmeda y el agente secador. En el fenómeno del secado, la presión de vapor del líquido adherente corresponde al valor de presión de saturación en función de la temperatura (Kneule, 1982). Si se seca un alimento bajo ciertas condiciones de humedad relativa, se elimina la mayor parte del agua libre y sólo una parte del agua ligada. Esta pequeña parte de humedad eliminada está por arriba del contenido de humedad en equilibrio entre el alimento y la humedad del aire.

2.4.3 Agua de constitución

El agua de constitución forma parte de la materia celular de la papa y no puede ser eliminada utilizando las técnicas normales de secado. Su separación implicaría la destrucción parcial de la estructura de carbohidratos. El agua de constitución provoca el aumento de volumen en el material y forma parte integral de la fase del sólido. Las superficies que la limitan (membranas celulares) son permeables tanto al agua como al vapor y ejerce una presión de vapor de equilibrio menor que la del agua libre a la misma temperatura (Sharma et al. 2003).

2.5 Condiciones de secado

El proceso de secado y todos los mecanismos involucrados dependen de las condiciones externas e internas del material, las cuales dan lugar a las diferentes etapas y constituyen los parámetros que gobiernan al sistema.

2.5.1 Condiciones externas

Las variables externas son la temperatura, humedad, velocidad y dirección de flujo de aire, la forma física del sólido, la agitación convencional y el método de apoyo o soporte del sólido durante la operación de secado (Mujumdar, 1987).

Las condiciones externas gobiernan al proceso durante las primeras etapas del secado, cuando el agua libre es eliminada. Su efecto se hace notar claramente en los coeficientes de transferencia de masa y calor, y repercuten directamente en la calidad del producto seco. Diversas investigaciones han explorado el efecto de cada una de las condiciones externas sobre la calidad y contenido nutrimental de la papa seca. Los mecanismos de transporte que ocurren en el interior del material dependen de estas condiciones en las primeras etapas de secado. En materiales con alto contenido de humedad como es el caso de la papa, el efecto de la contracción es notable desde el inicio del proceso, así como la evaporación excesiva en la superficie después de la remoción del agua libre, por lo que es necesario reducir o retardar la velocidad de evaporación mediante el suministro de humedades relativas altas, mientras se mantiene la velocidad de transporte en el interior del material por el calor suministrado.

2.5.2 Condiciones internas

Las condiciones internas dependen de la naturaleza física del material, como lo es el tamaño y forma de la muestra, estructura y composición, temperatura interna y contenido de humedad. Las condiciones internas gobiernan en la última etapa de secado cuando ya se ha eliminado el agua libre del material. Las propiedades termodinámicas de la papa dependen de las condiciones internas y tienen una fuerte influencia en los mecanismos de transporte en el interior del material, principalmente en la fase higroscópica.

2.6 Etapas del proceso de secado

El secado por convección es generalmente analizado sobre una curva característica que muestra la existencia de valores de frontera en movimiento, con un aumento continuo de la temperatura de evaporación causada por la interfase debido al efecto de la difusión de humedad. Esta curva estudia el contenido de humedad como una función del tiempo a condiciones de aire constante.

En la curva de velocidad de secado se pueden apreciar tres periodos característicos.

2.6.1 Periodo de rapidez constante (PRC)

Se caracteriza por la evaporación de la humedad a partir de la superficie saturada, la cual se determina por la difusión de vapor de agua desde una superficie saturada del material a través de una película delgada en contacto con el aire. El movimiento de humedad dentro del sólido es suficiente para mantener una condición saturada en la superficie, y la velocidad de secado es controlada por la transferencia de calor a la superficie. La temperatura de la superficie permanece constante y alcanza la temperatura del bulbo húmedo. El PRC depende de la evaporación de agua de un material, y es independiente del tipo de sólido. El coeficiente de transferencia de calor depende de la velocidad del aire y de la dirección de flujo. Durante este periodo, la superficie del sólido está muy mojada al principio y sobre ella hay una película de agua continua. Esta capa de agua no es ligada y actúa como si el sólido no estuviera presente. La rapidez de evaporación con las condiciones establecidas para el proceso, es independiente del sólido y esencialmente igual a la velocidad que tendría una superficie líquida pura. Sin embargo, las ondulaciones y hendiduras en la superficie del sólido ayudan a obtener una rapidez más alta de la que tendría una superficie

completamente plana. Si el sólido es poroso, la mayor parte del agua que se evapora durante el periodo de rapidez constante proviene de su interior. Este periodo continúa mientras el agua siga llegando a la superficie con la misma rapidez con la que se evapora.

2.6.2 Primer periodo de rapidez decreciente

El final del PRC se caracteriza cuando el material alcanza el Contenido Crítico de Humedad (W_{crit}). En este punto, la superficie del sólido ya no está saturada y aparecen espacios secos. Por lo tanto, el área húmeda exterior puede reducirse progresivamente y la rapidez de secado disminuye. La rapidez de secado depende de los factores que afectan la difusión de la humedad lejos de la superficie de evaporación y la rapidez del movimiento interno de humedad. Los alimentos higroscópicos presentan dos periodos de disminución de velocidad. El final de este periodo se caracteriza cuando la película superficial original se evapora completamente, y más allá de este punto, la rapidez de secado es controlada por la rapidez del movimiento de la humedad a través del sólido. El periodo de rapidez decreciente es por lo general el periodo más largo de una operación de secado y depende principalmente de la temperatura del aire y del espesor del material. Este periodo no es afectado por la humedad relativa (excepto en la interfase) y la velocidad del aire. En la práctica, los alimentos pueden diferir de estas curvas debido al encogimiento, cambios de temperatura y velocidad de difusión de humedad en diferentes partes del alimento.

2.6.3 Segundo periodo de rapidez decreciente

En este periodo la rapidez de secado es controlada en gran parte por el movimiento de humedad dentro del sólido, y es independiente de las condiciones fuera del sólido. La transferencia de humedad ocurre por la difusión del líquido y del vapor (Sharma et al., 2003). El segundo periodo de rapidez decreciente empieza cuando la superficie está seca en su totalidad. El plano de evaporación comienza a desplazarse con lentitud por debajo de la superficie. El calor de evaporación se transfiere a través del sólido hasta la zona de vaporización. El agua evaporada atraviesa el sólido para llegar a la corriente de aire. Este periodo culmina cuando el material alcanza el equilibrio termodinámico con el medio.

2.7 Mecanismos de transporte

El aire de secado tiene cierto porcentaje de humedad, al igual que el material. Después de haber expuesto el sólido un tiempo suficiente para alcanzar el equilibrio, llega un momento en que dicho sólido tiene un contenido de humedad definido. Este valor se conoce como Contenido de Humedad de Equilibrio (W_{eq}) del material en las condiciones específicas de humedad y temperatura del aire. En general, el contenido de humedad se expresa en base seca como kilogramo de agua por kilogramo de sólido sin humedad (completamente seco).

En la operación básica de secado intervienen simultáneamente dos etapas:

- a) La transferencia de energía (en su mayoría en forma de calor) del medio ambiente circundante para suministrar el calor latente de vaporización necesario para evaporar la superficie húmeda.
- b) La transferencia de la humedad interna a la superficie del sólido y su evaporación subsecuente a través del proceso antes mencionado.

Como resultado de la transferencia de calor al sólido húmedo, un gradiente de temperatura se desarrolla dentro del sólido, mientras la evaporación de la humedad ocurre de la superficie. Esto produce una migración de humedad de la parte interna del sólido a la superficie, la cual ocurre a través de uno o más mecanismos: flujo capilar, difusión, presión interna creada por la contracción durante el secado y, en el caso de secadores indirectos (conducción), a través de una repetitiva y progresiva evaporación y recondensación de humedad a la superficie expuesta. Los gradientes elevados de humedad durante el secado originan la retracción de la superficie de evaporación debido a altas humedades relativas del aire. El gradiente de temperatura en el sólido crea un gradiente de presión de vapor, el cual depende de la difusión de vapor de la humedad de la superficie.

El ambiente aporta el calor sensible y el calor de sublimación necesario al material para la evaporación del agua, y el vapor y agua interna se transportan por el interior del alimento hasta la superficie de evaporación, donde el vapor de agua se transfiere desde el alimento hacia la atmósfera circundante (Fito et al., 2001). Con frecuencia se utiliza el vapor de agua para proporcionar calor al aire o a las superficies utilizadas en el secado. Al condensarse el vapor de agua cede su calor latente de vaporización y, al secarse la sustancia alimenticia, ha de tomar su calor latente de vaporización para transformar el líquido que contiene a vapor (Earle, 1988).

La superficie de evaporación es controlada por la difusión de vapor de la superficie del sólido a los alrededores a través de una delgada capa llamada interfase y que pone en contacto al aire con la superficie del material (Mujundar, 1987). Existen dos fases en el sistema: el sólido o la estructura del alimento, y gas (aire caliente). El transporte de agua desde el sólido hasta el gas constituye un fenómeno de transferencia de materia, y como hay un cambio de fase del compuesto transferido (agua), en ocasiones también existen importantes gradientes térmicos, por lo que tiene lugar simultáneamente transmisión de calor. Los mecanismos de transporte se clasifican en tres categorías (Sharma et al., 2003):

1. Evaporación a partir de una superficie libre, que sigue las leyes de la transferencia de calor y masa desde un objeto húmedo.
2. Flujo líquido en capilares
3. Difusión de líquido o vapor, que sigue la segunda ley de difusión de Fick.

2.7.1 Transferencia de calor

El transporte de calor tiene lugar, en primer término, hacia la interfase sólido-gas, y en segundo lugar, a través del sólido. El secado por convección de papa, implica dos modos de transferencia de calor: convección y conducción.

2.7.1.1 Convección

La transferencia de calor por convección se da en fluidos cuando el calor se transmite por mezclas de las partes calientes con las frías en un mismo material, es decir, por movimiento de porciones macroscópicas de materia. Durante la convección se forman torbellinos por los cambios de densidad producidos por la temperatura del aire y la superficie del sólido (Fito et al., 2001). La transferencia de calor por convección es regida por la Ley de Newton que indica:

$$q = h_c A (T_\infty - T_i)$$

Donde h_c representa el coeficiente individual de transferencia de calor por convección a través del fluido, A es el área de transmisión de calor perpendicular a la dirección del flujo, T_∞ la temperatura del medio circundante y T_i la temperatura de la interfase.

Cuando un fluido a una temperatura hace contacto con un sólido de una temperatura diferente, se forma una capa límite térmica en el líquido. Comúnmente existe un gradiente de velocidad y uno de temperatura a través de la capa. El calor se transfiere del aire caliente al alimento sólido e inicia la difusión del vapor del agua a partir de la superficie y del interior del alimento. Para el secado de papa la transferencia de calor por convección se lleva a cabo en régimen no estacionario. En cuanto penetra el calor al material, el perfil dentro de la placa empieza a adoptar una forma exponencial, ya que el calor alcanza en primera instancia la superficie del material con mayor rapidez que el resto. Con el tiempo, la temperatura no muestra cambios hasta lograr en el perfil una línea recta. Aunque el calor continúa fluyendo en el sistema, no hay más cambio en la temperatura dentro del material y el perfil permanece constante.

2.7.1.2 Conducción

Cuando el calor se transmite a través de un cuerpo por transporte molecular, o sea, por movimiento de moléculas individuales sin que exista mezcla, se dice que se trasmite por conducción. La ecuación que interpreta el flujo de calor unidireccional a través de un material cualquiera es:

$$q = -\lambda A \frac{dT}{dL}$$

donde λ es la conductividad térmica del material a través del cual se transmite el calor, A es el área de transferencia de calor, dT/dL es el gradiente de temperatura por unidad de longitud por donde fluye el calor y q el calor transmitido. La ecuación para la transferencia de calor para régimen no estacionario, se rige por la Ley de Fourier, y es representada por:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Donde C_p es la capacidad calorífica del material, y ρ la densidad. Esta ley establece que si existe un gradiente de temperatura a través de un material, se transferirá calor en dirección de la temperatura que disminuye a un ritmo que es proporcional al gradiente de temperatura y al área a través del cual se mueve el calor. La constante de proporcionalidad es característica del material particular y se conoce como conductividad térmica del material. Durante el secado de papa, la conducción del calor se lleva a cabo en el interior del material, en el cual el medio de calentamiento es el aire, y

está separado del sólido por una superficie caliente conductora, el flujo de calor se lleva a cabo en dos dimensiones y no hay generación de calor, por lo que la expresión se reduce a:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Para una mejor comprensión de los fenómenos ocurridos, algunas investigaciones han incorporado algunos parámetros adimensionales que expliquen los mecanismos de transporte. El número de Biot, es un valor adimensional que indica la relación entre la transferencia de calor por conducción y por convección. Durante el secado por convección, la distribución de la temperatura en el material es más lenta que en otros métodos de secado, ya que el número de Biot es relativamente pequeño en el aire de secado, debido a los bajos coeficientes de transferencia de calor del aire caliente. Wu y Irudayaraj (1996) verificaron experimentalmente que el secado puede ser considerado como un proceso isotérmico sólo si el número de Biot es muy bajo. Cuando Biot es alto, las resistencias internas de transporte deben considerarse, ya que entonces los mecanismos estarían dominados por la transferencia de calor por conducción.

2.7.2 Transferencia de masa

El alimento sometido a secado es, en general, un sistema trifásico, el cual está compuesto por una matriz sólida, la fracción líquida, y la fracción gaseosa. Los mecanismos de transporte de materia se dan de acuerdo a la fase y del tipo de agua. El transporte en sólidos se puede clasificar en dos tipos: la difusión que sigue la ley de Fick y que no depende primordialmente de la estructura del sólido; y el movimiento capilar en sólidos porosos, en la que la estructura real y los canales vacíos revisten gran importancia.

2.7.2.1 Difusión

La difusión molecular puede definirse como la transferencia o desplazamiento de moléculas individuales a través de un fluido por medio de los desplazamientos individuales y desordenados de las moléculas (Geankoplis, 1998). La difusión se lleva a cabo mediante un gradiente de concentración que impulsa al movimiento de moléculas entre los componentes. La difusividad D_{AB} de un componente A en un componente B , es una medida de la movilidad de difusión, y se define

como la relación de su flux J_{AZ} y su gradiente de concentración. La primera ley de Fick rige este comportamiento:

$$J_{AZ} = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz}$$

Donde C_A es la concentración y z es la distancia de difusión. Esta ecuación se utiliza para determinar la concentración de un soluto en función del tiempo y la posición, y es aplicable principalmente a la difusión en los sólidos y líquidos en situaciones limitadas.

2.7.2.2 Transferencia de masa por convección

El transporte de masa por convección ocurre en líquidos y gases ocasionados en la mayor parte por el movimiento del fluido debido a fuerzas externas por la diferencia de concentración o variaciones en la densidad. El movimiento está determinado por la naturaleza del fluido que puede ser laminar o turbulento. En el flujo laminar, la transferencia se produce por difusión, y en el flujo turbulento, la transferencia de masa se ve afectada por un movimiento irregular de pequeños volúmenes de líquido. En fluidos con movimiento turbulento, se asume que todos los cambios en la concentración se producen en la capa límite y la expresión de transferencia de masa se da mediante un gradiente de concentraciones que impulsa al flujo de humedad, el cual toma la siguiente expresión:

$$J_A = -k_m(C_{A1} - C_{A2})$$

Donde k_m es el coeficiente de transferencia de masa, y C_{A1} y C_{A2} son las concentraciones en el fluido 1 y 2 respectivamente.

2.7.2.3 Movimiento capilar

Cuando se están secando sólidos porosos, la humedad libre o sin combinar se desplaza a través de capilares y espacios vacíos de los sólidos por acción capilar, y no por difusión. Un sólido higroscópico contiene poros y canales interconectados de diversos tamaños. A medida que se evapora el agua, se forma un menisco de líquido en cada poro en el interior del sólido. Esto origina las fuerzas capilares por la tensión interfacial entre el agua y el sólido. Las fuerzas capilares poseen fuerzas en dirección perpendicular a la superficie del sólido. Estas fuerzas constituyen el impulso

para desplazar el agua a través de los poros hasta la superficie. La ley que identifica este proceso es la Ley de Darcy, la cual se establece como:

$$Q = \frac{K}{\mu} (P_l - P_g)$$

Donde Q es el gasto del agua, K es el coeficiente de permeabilidad de Darcy, μ es la viscosidad del líquido, y $P_l - P_g$ es la diferencia de presión. Los poros pequeños desarrollan fuerzas mayores que los poros más grandes. La intensidad de las fuerzas capilares en un determinado punto de un poro depende de la curvatura del menisco, que a su vez es una función de la sección transversal del poro. A medida que se agota el agua en la superficie, los poros grandes tienden a vaciarse primero, ya que los poros pequeños pueden extraer agua desde los poros grandes. El aire desplaza al agua que se retira, el cual penetra al material a través de los poros más grandes situados en la superficie y paredes del material. Al principio del periodo de rapidez decreciente, el agua es llevada hasta la superficie por acción capilar, pero la capa superficial de agua comienza a hundirse en el sólido. Al suceder esto, penetra aire para llenar los espacios vacíos. A eliminarse agua de manera continua, se llega a un punto donde no hay suficiente agua para mantener una película continua en todos los poros, y la velocidad de secado disminuye repentinamente al principio del segundo periodo de rapidez decreciente. Entonces, la velocidad de difusión del vapor de agua en los poros y la velocidad de conducción de calor en el sólido, pueden llegar a ser los factores principales en el secado.

En el capítulo del Modelo Matemático, se describen las ecuaciones de los mecanismos de transferencia aplicados a la papa como material poroso, y se hace referencia a cada una de las propiedades que intervienen en cada uno.

2.8 Teoría de la capa límite

Cuando un fluido se acerca a una placa de sólido se desarrolla una capa muy delgada a través de la cual el movimiento del fluido resulta muy afectado por la presencia del sólido. A esta película se le denomina capa límite. En la masa del fluido lejos de la capa límite, el flujo casi siempre puede describirse de manera adecuada con la teoría de los fluidos ideales de viscosidad cero. Sin embargo, en la capa límite delgada, la viscosidad es importante (Geankoplis, 1998), ya que en un fluido en movimiento, todas las pérdidas por fricción tienen lugar en la capa límite. La capa límite

puede clasificarse en tres: hidrodinámica, que es afectada únicamente por el movimiento del fluido; capa límite térmica, la cual es afectada por la transferencia de calor; y capa límite de concentración, la cual es afectada por un gradiente de concentración.

2.8.1 Capa límite hidrodinámica

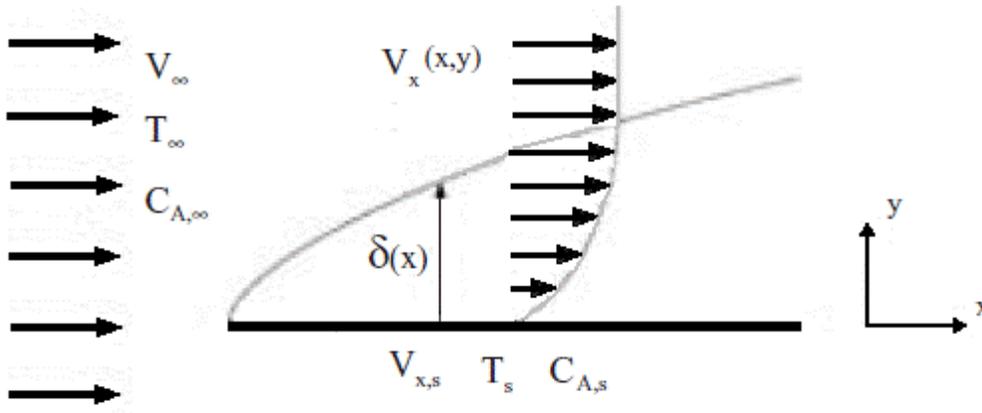


Figura 4. Capa límite para el flujo que pasa por una placa plana

La Figura 4 muestra la formación de la capa límite hidrodinámica en el flujo de estado estacionario de un fluido que pasa por una placa plana. La velocidad del fluido corriente arriba con respecto al borde de entrada $x=0$ de la placa es uniforme en la totalidad de la corriente y tiene un valor V_∞ . La velocidad del fluido en la interfaz es cero y la velocidad V_x en la dirección x aumenta al alejarse de la placa. A medida que se avanza en la dirección x , más y más partículas son frenadas y por lo tanto, el espesor de la zona de influencia viscosa va aumentando y formando la capa límite, hasta un punto en que el fluido se hace inestable, dando lugar al crecimiento de la capa límite. Cuando el número de Reynolds en la capa límite es inferior a 2×10^5 , el flujo es laminar. La transición de flujo laminar a turbulento en una placa lisa se presenta en un intervalo de número de Reynolds de 2×10^5 a 3×10^6 . Cuando la capa límite es turbulenta, existe una subcapa viscosa adyacente en la placa.

La velocidad V_x tiende asintóticamente a la velocidad V_∞ del grueso de la corriente, de tal manera, que su espesor δ es igual a la distancia existente entre la placa y la región del fluido, donde éste tiene una velocidad igual al 99% de la velocidad de la corriente libre. Experimentalmente se ha encontrado que el espesor δ de la capa límite depende de la velocidad del aire V_∞ , la densidad del fluido (ρ), de la viscosidad cinemática (μ) y de la posición x a lo largo de la placa. La dependencia

puede expresarse de la siguiente manera: δ tiende a aumentar a medida que: x aumenta, μ aumenta, ρ disminuye o V_∞ disminuye.

La solución del problema para un flujo laminar sobre una placa plana la obtuvo Blasius por primera vez y fue complementada por Howarth (Geankoplis, 1998). Sus resultados muestran una expresión del espesor de la capa límite hidrodinámica δ , donde $V_x = 0.99 V_\infty$:

$$\delta = \frac{5x}{\sqrt{Re}} = 5 \sqrt{\frac{\mu x}{\rho V_x}}$$

El arrastre causado por el esfuerzo cortante viscoso en las capas límite hidrodinámicas se llama fricción superficial y es la única resistencia presente en el flujo sobre una placa plana. Sin embargo, durante el secado de alimentos existe una transferencia de masa y calor simultánea que repercute en el comportamiento de la capa límite, dando lugar a una capa límite que es afectada por la temperatura y otra afectada por la concentración.

2.8.2 Capa límite térmica

Así como se produce una capa límite hidrodinámica cuando hay un paso de fluido sobre una superficie, debe producirse una capa límite térmica si difieren las temperaturas del fluido y de la superficie. La capa límite térmica se desarrolla debido a una diferencia en las temperaturas. Las partículas del fluido que hacen contacto con la placa alcanzan el equilibrio térmico a la temperatura de la superficie de la placa. A su vez, estas partículas intercambian energía con las de la capa adyacente del fluido, y se producen en el fluido gradientes de temperatura. La región del fluido en la que existen estos gradientes de energía es la capa límite térmica, y su espesor δ_T se define como el valor de y para el que la razón $[(T_s - T)/(T_s - T_\infty)] = 0.99$. Al aumentar la distancia desde el inicio de la placa, los efectos de transferencia de calor penetran más en el flujo libre y crece la capa límite térmica (Figura 5).

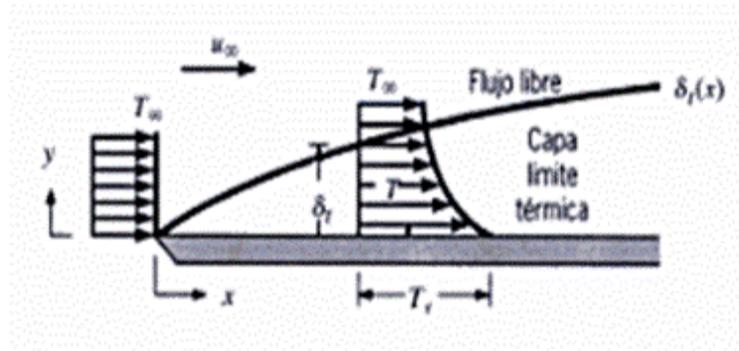


Figura 5. Capa límite térmica sobre una superficie plana

En una placa que inicialmente se encuentra a una temperatura uniforme T_0 y súbitamente se incrementa a T_1 , la ecuación diferencial que describe tal situación es:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Aplicando las condiciones iniciales y proponiendo las variables adimensionales que definen el comportamiento de la capa límite térmica (López, R. & Valdes, F., 2004), se obtiene la expresión que representa el espesor de la capa límite de temperatura como función del tiempo:

$$\delta_T = 3.464\sqrt{\alpha t}$$

Donde, α es la Difusividad térmica. El flux en la superficie tomará la siguiente forma, la cual guarda una estrecha relación con los coeficientes de transferencia de calor y explican el comportamiento de la capa límite a partir de la transferencia de calor en la superficie:

$$q_y|_{y=0} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}|_{y=0} = -\frac{3(T_\infty - T_0)}{2\delta_T} \lambda = \frac{3(T_\infty - T_0)}{2(4.64)R\sqrt{V_x/V_\infty}} \lambda = h_c (T_0 - T_\infty)$$

Esta expresión demuestra las condiciones en la capa límite y el coeficiente de transferencia de calor por convección. El flujo del calor local se obtiene a cualquier distancia x desde la orilla, mediante la aplicación de la ley de Fourier al fluido en $y=0$. En la superficie no hay movimiento de fluido y la transferencia ocurre solo por conducción. Por ello, las condiciones en la capa límite térmica que influyen en el gradiente de temperatura de la superficie, determinan la transferencia de calor en la

capa límite térmica. El espesor δ_T se incrementa al aumentar x , sin embargo, esto causa una disminución en los gradientes de temperatura. En consecuencia, $\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$ disminuye con la distancia x mientras que la diferencia entre la temperatura de la superficie y el ambiente permanecen constante, lo que concluye que el coeficiente de convección h_c disminuirá a medida que la distancia x aumente (Incropera, 2004).

2.8.3 Capa límite de concentración

Durante el secado convectivo de los alimentos, el aire fluye a través de la superficie la cual contiene cierta cantidad de humedad y efectúa una transferencia de masa de la superficie al fluido. Este intercambio se atribuye a la difusión molecular dentro de una película efectiva denominada capa límite de concentración. Si una mezcla binaria de dos especies químicas fluye sobre una superficie, y la concentración de la especie primera difiere de la concentración en el flujo de aire, entonces se produce una capa límite de concentración. En esta región existen gradientes de concentración, y su espesor δ_c se define normalmente como el valor de y para el que $[(C_{As}-C_A)/(C_{As}-C_{A\infty})]=0.99$.

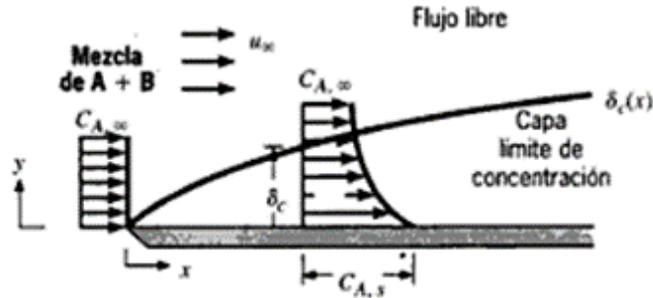


Figura 6 Capa límite de concentración sobre una superficie plana

La Figura 6 muestra la variación del gradiente de concentración, el cual es muy semejante al gradiente de temperatura, pero inversa y opuesta al gradiente de velocidad. Esto se debe a que en la medida que aumenta el espesor de la capa límite δ , la concentración irá disminuyendo.

La transferencia de especies por convección entre la superficie y el flujo libre de fluido está determinada por las condiciones en esta capa límite. Como el espesor de la capa límite de concentración es lo suficientemente pequeña comparada con el espesor de δ , la ecuación de difusión para la capa límite de concentración es:

$$D_{eff} \frac{(w_s - w_\infty)}{\delta_c^2} \approx V_\infty \left(\frac{\delta_c}{\delta} \right) \left(\frac{w_s - w_\infty}{x} \right)$$

Donde D_{eff} es el coeficiente de difusión (m^2/s), δ_c es el espesor de la capa límite de concentración (m) y w_s y w_∞ son la fracción masa en la superficie y en el fluido respectivamente. Considerando el mismo comportamiento que la capa límite térmica, se obtiene la siguiente expresión que define la transferencia de masa en la superficie:

$$-k_m \left. \frac{\partial C_A}{\partial y} \right|_{y=0} = - \frac{3(C_{A\infty} - C_{A0})}{2\delta_c} k_m = \frac{3(C_{A\infty} - C_{A0})}{2(4.64)R\sqrt{V_x/V_\infty}} k_m = k_m (C_{A0} - C_{A\infty})$$

La cual explica la transferencia de masa en la superficie como una función de los coeficientes de transferencia de masa y del espesor de la capa límite de concentración.

2.8.4 Analogías entre las capas límites

La capa límite de velocidad o hidrodinámica (δ), térmica (δ_T) y de concentración (δ_c) se caracterizan por la presencia de gradientes de velocidad y esfuerzos cortantes, de temperatura y transferencia de calor, y de concentración y transferencia de especies respectivamente. Para el flujo sobre cualquier superficie siempre existirá una capa límite de velocidad. Sin embargo, la capa límite térmica y de concentración solo existen si difieren las condiciones de la superficie y del fluido.

El espesor de la capa límite hidrodinámica obtenida por Blasius es aplicable a la mayoría de los sistemas. Cuando además se transfiere energía y se desprecia la generación de energía por disipación viscosa y la conducción en dirección x , la solución para la capa límite térmica es semejante, debido a la similitud existente entre la ecuación de transferencia de energía y la de cantidad de movimiento. Para ello, deben de cumplirse dos condiciones:

- a) Que la Difusividad térmica α sea igual a la viscosidad cinemática ν , lo que implica que $Pr=\nu/\alpha=1$, donde Pr es el número de Prandtl.
- b) Las condiciones límite deben tener la misma forma, lo cual se cumple al no a ver generación de calor.

Como consecuencia se obtienen perfiles idénticos de velocidad y temperatura dentro de la capa límite, y el espesor de la capa límite hidrodinámica y térmica son iguales. Pohlhausen resolvió el mismo problema pero eliminando la restricción de $Pr=1$ y demostró que la relación de espesores de capa límite hidrodinámica a térmica es igual a:

$$\frac{\delta}{\delta_T} = Pr^{1/3}$$

Esta suposición es satisfactoria para fluidos que poseen números de Prandtl mayores que 0.7. La mayoría de los gases y líquidos caen en este rango. El número de Prandtl es un parámetro que relaciona los espesores relativos de las capas límite hidrodinámica y térmica. La viscosidad cinemática de un fluido transporta información acerca de la rapidez a la que el momento puede difundir a través del fluido debido a movimiento molecular. La Difusividad térmica indica la misma expresión en lo que concierne a la difusión de momento y calor en el fluido. Estas difusiones son las cantidades que determinan los espesores de la capa límite, de tal manera que el número de Prandtl es el lazo entre el campo de velocidad y temperatura. En estas condiciones, el flujo de calor desde o hacia la placa resulta igual a:

$$q_y|_{y=0} = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = -(T_\infty - T_s) \frac{0.332\lambda}{x} \sqrt{Re_x} Pr^{1/3}$$

Y el coeficiente de transferencia de calor puede relacionarse con el espesor de la capa límite térmica mediante la expresión:

$$h_c = \frac{q}{\Delta T} = \frac{3\lambda}{2\delta_T} = \frac{3\lambda}{2\delta} \frac{\delta}{\delta_T}$$

Si se produce transferencia simultánea de cantidad de movimiento, energía y materia, sin generación de energía por disipación viscosa y sin reacción química, y además se cumple que $Pr=\nu/\alpha=1$ y $\nu=D_{AB}$ ($Sc=\nu/D_{AB}=1$, donde Sc es el número de Schmidt) nuevamente la solución de Blasius es válida para el sistema y el espesor de la capa límite de transferencia de materia resulta igual a los espesores de las capas límites fluidodinámica y de energía. También los perfiles de velocidad, temperatura y concentración son idénticos.

Sin embargo, esta condición es aplicable únicamente cuando la velocidad de transferencia de masa en la superficie es lo suficientemente pequeña como para no afectar los perfiles de velocidad. Caso contrario, cuando en la superficie del material la concentración será mucho mayor que la del fluido, y $Sc \neq 1$ se encuentra que el espesor de la capa límite de velocidad δ , y el de la capa límite de concentración δ_c están en la relación $\delta/\delta_c = Sc^{1/3}$. En estas condiciones, el flujo de masa desde o hacia la placa resulta igual a:

$$\left. \frac{\partial C_A}{\partial y} \right|_{y=0} = - (C_{A\infty} - C_{A_s}) \frac{0.332}{x} \sqrt{Re_x} Sc^{1/3}$$

Las tres capas límites pueden coexistir en un mismo sistema aún siendo de diferentes espesores, de esta manera, $\delta > \delta_c > \delta_T$ (Figura 7)

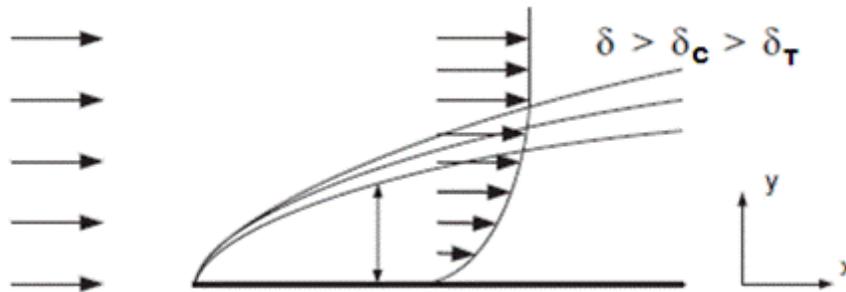


Figura 7. Comportamiento de la capa límite hidrodinámica, térmica y de concentración

2.9 Parámetros adimensionales

Para el análisis de los fenómenos de transporte, es imprescindible el conocimiento de parámetros que indiquen el comportamiento de flujos en el sistema, Para ello se analizan en la presente investigación el Número de Biot, el cual determina el mecanismo de transferencia de calor que predomina, y el Número de Reynolds, el cual determina el tipo de flujo.

2.9.1 Número de Biot

La velocidad de calentamiento en estado no estacionario es afectada por dos factores:

- La velocidad de transferencia de calor entre el medio y el material
- La velocidad de transferencia de calor dentro del material

En la mayoría de los casos, uno u otro factor es limitante. Es posible determinar qué factor está limitado si se calcula el número de Biot, el cual establece:

$$Bi = \frac{h_c L}{\lambda}$$

Donde h_c = coeficiente convectivo de transferencia de calor entre el medio y el objeto; λ = conductividad térmica del objeto y, L = dimensión característica del objeto (Holman, 1999).

- Cuando $Bi < 0.1$, se puede suponer una resistencia insignificante dentro del objeto y que la rapidez de calentamiento está limitada por la transferencia convectiva de calor.
- Cuando $Bi > 40$, es posible suponer resistencias insignificantes en la superficie y que la rapidez de calentamiento está limitada por la transferencia conductiva de calor.
- Cuando $0.1 < Bi < 40$, ambos factores son limitantes.

2.9.2 Número de Reynolds

El número de Reynolds (Re) mide la importancia de la disipación de energía por efectos viscosos. Este número caracteriza el movimiento de un fluido. Su representación matemática es:

$$Re = \frac{\text{fuerzas de inercia}}{\text{fuerzas viscosas}} = \frac{\rho v D}{\mu}$$

Donde ρ es la densidad del fluido; v es la velocidad característica del fluido; D es el diámetro a través del cual circula el fluido o longitud característica del sistema y μ es la viscosidad dinámica del fluido. El Re es la relación entre los términos convectivos y los términos viscosos de las ecuaciones de Navier-Stokes que gobiernan el movimiento de fluidos.

El Re permite predecir el carácter turbulento o laminar en ciertos casos. Cuando el Re es menor de 2000, el flujo será laminar. En estos casos, el flujo se mantiene estacionario y se comporta como si estuviera formado por láminas delgadas que interactúan sólo en función de los esfuerzos tangenciales existentes. Para Re con valores de 2000 a 4000, se considera al flujo como estado de

transición y presenta movimiento laminar, turbulento u ondulatorio. Para valores superiores de 4000, el régimen se llama turbulento y se caracteriza por un movimiento desordenado, no estacionario y tridimensional (Holman, 1999).

CAPITULO 3. METODOLOGIA

El presente capítulo explica la parte experimental que se llevó a cabo desde la adquisición del material, preparación de las muestras, equipo utilizado, y pruebas experimentales hasta la obtención de las cinéticas de secado.

3.1 Material

La variedad de papa a utilizar es Alpha (*Solanum tuberosum*) blanca, ya que por su tamaño y coloración, conviene más para el proceso.

3.1.1 Selección de material

Una de las principales características a considerar para la obtención de la papa es sin duda, su madurez. La adquisición de la papa debe ser lo más fresca posible, ya que en estas condiciones, tiene el mayor contenido de humedad (FAO, 2008). Las muestras se obtuvieron en la central de abastos con el mismo distribuidor, para evitar variaciones en el contenido de humedad ocasionadas por el tipo de suelo y las condiciones de crecimiento. La papa es proveniente de San Luis Potosí y abastecida los días lunes, jueves y sábado. Se almacenó a 4°C, en un lapso no mayor a 72 hrs desde su adquisición hasta su utilización. Bajo estas condiciones, se garantizó que el contenido de humedad del material fresco prevalezca, evitando degradación del producto.

3.1.2 Preparación de muestras

Las papas se lavaron con agua y jabón y se eliminó el exceso de humedad mediante su exposición al ambiente. De esta manera, el material se atemperó al medio. La cáscara fue eliminada con un pelador manual. Se obtuvieron rodajas de corte transversal con la ayuda de un pelador manual

METODOLOGIA

ajustable, el cual fue previamente calibrado. Se obtuvieron rodajas de 49mm de diámetro y 5mm de espesor (Figura 8).

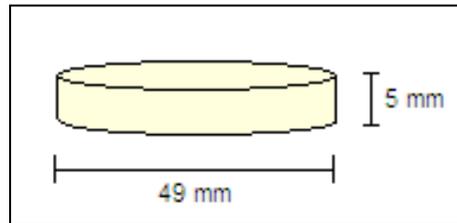


Figura 8. Dimensiones de rodajas de papa

El tamaño de las rodajas obtenidas ofrece las siguientes ventajas:

- Mayor superficie de contacto con el agente de secado: la proporción del área superficial de contacto con el medio en comparación con el espesor de la muestra, permite que los mecanismos de transporte se lleven a cabo a través del área superficial, siendo despreciable la transferencia de masa y calor en los costados de las rodajas.
- El flux de masa es favorecido al aumentar el área superficial en contacto con el medio, lo que favorece la rapidez de secado y disminuye los tiempos del proceso.
- El espesor de las muestras debe ser lo suficientemente pequeña para que no interfiera en el flujo longitudinal del aire de secado, ya que a mayor espesor, ofrece una resistencia al flujo de aire, lo que repercute en los mecanismos de transporte analizados.
- El espesor del material es lo suficientemente grande para permitir la incrustación de los termopares en el interior de la muestra, de tal manera que se encuentren alejados de la superficie y de la cara inferior, y evitar que el efecto de la contracción no altere la determinación térmica.
- La uniformidad de las muestras permitió analizar los mecanismos de transporte en relación a las cantidades exactas de material a secar.

Las rodajas obtenidas recién cortadas se pesaron inmediatamente en una balanza electrónica marca Sartorius modelo ED 42025-CW con una capacidad de 4200 g y sensibilidad de 0.01 g, para obtener el peso exacto de la muestra a secar. Las muestras se sometieron a un tratamiento de escaldado a 70°C durante 1 minuto (Leeratanarak, et al., 2006), para inhibir el oscurecimiento ocasionado por reacciones enzimáticas, tal como las producidas por la peroxidasa. Cuando un alimento es sometido a pretratamiento como el escaldado en agua caliente, se garantiza la inactivación de enzimas, se

acorta el tiempo de secado y se aumentan las etapas de secado (Doymaz, 2008). El escaldado también origina el ablandamiento del material, lo que facilita la eliminación de humedad (Seenadeera et al., 2005).

3.2 Equipo

El proceso se realizó en un secador tipo túnel con flujo longitudinal (Figura 9). El aire se calentó mediante resistencias eléctricas manteniéndose a una temperatura constante mediante un control PID (proporcional integral diferencial). La velocidad de flujo de aire se reguló con un variador de frecuencia conectado al motor de un ventilador centrífugo marca Armee Chicago tamaño 12 ¼ con motor de ½ Hp. El control del flujo del aire se realizó por medio de un convertidor de frecuencia marca SAMI o18 MD2 044mD2, con voltaje de 220/230/240 VI en fase principal, el cual varía la velocidad del motor del ventilador a determinada frecuencia.



Figura 9. Túnel de secado

La humidificación del aire se realizó de manera manual mediante un dispersor de vapor introducido en el ducto inferior del túnel, el cual fue suministrado por un generador de vapor marca Anghinetti SRL, modelo TV/G2F con capacidad para 5 L, y alimentado con agua de pozo, para minimizar las incrustaciones de sales.

METODOLOGIA

El túnel de secado cuenta con un soporte sostenido por tensión a una celda de carga con repetibilidad de 0.1 g, la cual está conectada por un puerto serial a una computadora. Este dispositivo de medición de peso se conecta a un sistema de adquisición de datos para registrar los valores correspondientes de variación de peso. Se dispone de una ventana enfrente del soporte para la muestra que ayuda a valorar las condiciones físicas y evolución de la muestra durante el secado. La medición de humedad y temperatura se efectuó con la ayuda de un sensor de humedad HUMICAP HMP234 marca VAISALA (2% error, previamente calibrado con sales, ASTM E104-85) y mide la temperatura del bulbo húmedo. Este instrumento se conecta al equipo de adquisición de datos para recibir las señales de milivoltaje de los termopares y celda de carga en tiempo real, acondicionarla y transmitirla en forma digital a una PC (Pérez, 2002). La temperatura de bulbo seco, humedad relativa y velocidades de aire se midieron en tiempo real empleando un sistema de adquisición FieldPoint®.

El control de las condiciones variables en el túnel se realizó mediante un controlador automático programable marca National Instrument® FP-1000, el cual permite la incorporación de un sistema de entrada de datos y salida de control de procesos en tiempos reales. Los datos del set point fueron establecidos mediante el programa Measurement & Automation®, y los datos fueron recolectados directamente en una hoja de escritura Word, por medio de un sistema de adquisición LabVIEW® National Instrument®.

La temperatura en el interior de la muestra se midió con 2 termopares tipo J (hierro-cobre-niquel), con una resolución de $\pm 1^{\circ}\text{C}$. Para medir la temperatura de la superficie, se empleó un equipo infrarrojo modelo EXTECH 42560 con adquisición de datos inalámbrica, termopar tipo K (Cromo-Aluminio-Niquel), con haz de laser para registro de temperatura superficial y longitud de registro de hasta 60 pulgadas (Figura 10). Dicho equipo fue colocado en la parte superior del túnel, lo suficientemente separado para que la temperatura del aire no interfiriera en las mediciones.



Figura 10. Termómetro infrarrojo

3.3 Diseño de experimentos

En el secado de papa existen muchos factores que influyen en la remoción del agua, algunos concernientes a las propiedades y dimensiones del material, y otras referidas al proceso. La mayoría de las investigaciones varían las condiciones del proceso, principalmente la temperatura y la humedad relativa. En nuestro caso, se consideró como factor a variar la velocidad del aire, permaneciendo constantes la temperatura del aire y la humedad relativa, por lo que el diseño de experimentos es unifactorial. Para cada experimento se realizaron tres réplicas, dando un total de 16 experimentos, a 4 velocidades de aire diferentes (1.0, 1.4, 1.8 y 2.2 m/s).

3.4 Cinéticas de secado de papa

Las muestras se acomodaron sobre 2 charolas de carga del túnel de secado, a las cuales se les colocó una malla de plástico perforada que impidió el contacto directo del material con el metal de las charolas, y así evitando, la transferencia de calor por conducción del metal de la charola hacia la cara inferior del material. En cada charola se colocaron 25 rodajas de papa, de tal manera que existiera un espacio reducido entre las rodajas que favorezca la transferencia de masa y calor en la superficie del material (Figura 11).

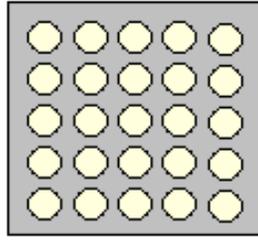


Figura 11. Charola con rodajas de papa acomodadas

3.4.1 Condiciones del proceso

El efecto de la temperatura y humedad relativa del aire, se ha estudiado ampliamente para el secado de papa. Sin embargo, el efecto de la velocidad del aire y los mecanismos de transporte que se producen, tienen algunas interrogantes. Por este motivo, se seleccionaron las siguientes condiciones de proceso, las cuales se detallan a continuación:

Tabla 2. Condiciones de proceso de secado de papa

Condiciones de proceso
Temperatura de aire: 60°C
Humedad relativa del aire: 30%
Velocidad del aire: 1.0, 1.4, 1.8 y 2.2 m/s

- a) Temperatura del aire: La temperatura del aire fue constante en todas las mediciones a 60°C, ya que a esta temperatura se cuida la integridad del material y sus componentes, evitando la degradación y gelatinización de los carbohidratos durante la operación de secado (Tscheuschner, 2001).

- b) Velocidad de flujo de aire: Los experimentos se llevaron a cabo a 4 diferentes velocidades: 1.0, 1.4, 1.8 y 2.2 m/s. A valores superiores de 2.2 m/s, las muestras pierden peso al perder humedad, lo que ocasiona que sean arrastradas por el aire. Dentro de este rango de operación, se determinaron intervalos iguales de velocidad, lo cual permite una mejor interpretación de resultados.

- c) Humedad relativa del aire: Se mantuvo constante a 30%. Este valor se determinó considerando que la papa es un material biológico altamente deformable durante el proceso de secado, y requiere un ambiente con humedad que impida la contracción desde el inicio del proceso.
- d) Intervalos de respuesta: Los datos se determinaron cada dos minutos, tiempo que se consideró suficiente para visualizar mejor el comportamiento de las variables respuesta. Se verificó que todos los datos respuesta, incluyendo la temperatura superficial, coincidieran en tiempo.

3.4.2 Operación del túnel de secado

Antes de incorporar las muestras se verificó las adecuadas condiciones de limpieza y operación del túnel. Se ajustaron los parámetros del proceso y, cuando el sistema se encontró estabilizado se incorporaron las charolas con las muestras de papa. A una muestra de la charola superior se hizo incidir el rayo de luz infrarrojo (Figura 12) y se le incrustaron los dos termopares tipo J en su interior, de tal manera que quedarán ubicados a una altura media del espesor, y con 1 cm de profundidad sobre el eje longitudinal.

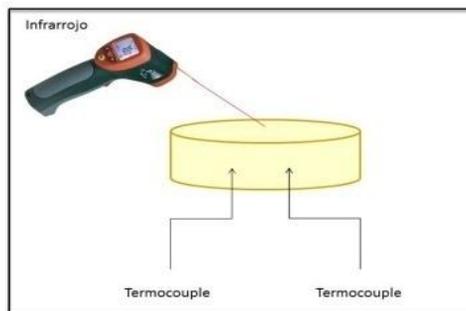


Figura 12. Medición de temperatura de la muestra

El registro de datos culminó hasta que el material alcanzó el equilibrio termodinámico con el medio. El análisis de datos se realizó a partir de las variables respuesta obtenidas en cada experimento: temperatura de los termopares, temperatura superficial y peso del material.

3.5 Análisis de datos

El análisis de los datos obtenidos en el proceso se realizó en una hoja de cálculo de Excel® a partir de donde se obtienen las gráficas experimentales. El análisis de datos incluye la determinación del

contenido de humedad inicial de la muestra, el contenido de humedad en el equilibrio, la determinación de las cinéticas de secado y la rapidez de secado, así como la estandarización de curvas.

3.5.1 Determinación del contenido de humedad en la papa

El contenido de humedad se define como la cantidad de agua presente en una muestra de material, expresado en función del peso de la muestra seca. La determinación del contenido de humedad se efectuó en cada una de las pruebas experimentales. Para ello se cortaron ocho pedazos de papa fresca correspondientes al mismo lote que las papas del proceso. Las muestras se colocaron sobre un vidrio de reloj y se pesaron inmediatamente en la balanza electrónica para la obtención del peso exacto.

La determinación se efectuó mediante el Método de la estufa, el cual es un método normalizado por ISO 3130 y NOM-211-SSA1-2003. Se utilizó una estufa de vacío marca Shel Lab modelo 1430D con capacidad de 127 lbs y 1.7 m³, para un rango de 5-260°C ± 1°C. Las muestras se introdujeron durante 24 horas a 105°C (AOAC, 1980). Se obtuvieron los pesos finales y se introdujeron a la siguiente fórmula:

$$W = \frac{\text{Peso húmedo} - \text{Peso seco}}{\text{Peso seco}} \quad (3.1)$$

donde W representa el contenido de humedad de la muestra en base seca (kg de agua/kg de masa seca).

3.5.2 Determinación del contenido de humedad en el equilibrio

Durante el proceso de secado se requiere conocer el contenido de humedad en el equilibrio a partir de los datos experimentales, a fin de tener la certeza de que el material eliminó toda el agua posible. Para ello se calculó el contenido inicial de humedad y el peso anhidro. Con el peso seco anhidro calculado y los subsecuentes (llamado peso corriente) de la muestra, obtenidos a diferentes intervalos de tiempo durante el proceso de secado, se pudo calcular el contenido de humedad actual de la muestra. El peso seco calculado de la muestra (PSC) se obtuvo de la relación entre el peso de

la muestra y el tiempo en que se puede apreciar constante el peso del material (p) y el contenido inicial promedio (W), estableciendo:

$$PSC = \frac{p}{100+W} \times 100 \quad (3.2)$$

El contenido de humedad actual de la muestra (W_{actual}), se obtuvo con el peso corriente (p) y el peso seco calculado (PSC):

$$W_{\text{actual}} = \frac{p-PSC}{PSC} \times 100 \quad (3.3)$$

El contenido de humedad en el equilibrio se determinó a partir de las isotermas de sorción (Chen, 2007), las cuales indican que a 60°C y 30% de humedad relativa, el contenido de humedad en el equilibrio es de 0.03.

3.5.3 Estandarización de curvas

Los datos obtenidos se estandarizaron para eliminar las variaciones ocasionadas por las propiedades del material. Para ello se determinó W de las muestras después del proceso de secado mediante el método de la estufa. Los datos del peso del material que fueron obtenidos del proceso de secado se ajustaron para eliminar el peso de las charolas, obteniendo las cinéticas de peso que representan la pérdida de agua en función del tiempo. A la gráfica obtenida se le incorporó una línea de tendencia que simulara la curva y minimizara el ruido del proceso. Se obtuvo una ecuación polinomial de cuarto orden representativa del proceso. El peso inicial y final del material se ajustó mediante el cálculo del PSC, hasta que coincidieran los experimentales con la ecuación polinomial obtenida. A partir de los datos corregidos se determinó el contenido de humedad en cada intervalo de tiempo y se obtuvo la curva de W en función del tiempo. De la misma manera se obtuvo la ecuación polinomial de quinto orden que simulara el contenido de humedad en el proceso. A partir de esta ecuación se determinó la curva de rapidez de secado (dW/dt) y se estandarizaron ambas curvas con la relación W/W_{max} y $(dW/dt)/(dW/dt_{\text{max}})$, considerando los valores máximos los primeros obtenidos en el proceso.

3.6 Modelo matemático

El modelo matemático que describe la transferencia simultánea de energía y masa durante el secado convectivo de papa fue resuelto en el software comercial COMSOL Multiphysics 3.4©. COMSOL resuelve problemas basados en ecuaciones diferenciales parciales por el método de elementos finitos, el cual se ejecuta con un mallado determinado y control de errores.

De los diferentes resolvedores que utiliza COMSOL, en el presente trabajo se empleó el solver UMFPACK, el cual es recomendado para algoritmos y modelos que requieren el empleo de ecuaciones lineales dependientes del tiempo en 1 o 2 dimensiones, así como para sistemas no simétricos.

El sistema de ecuaciones se escribió en 2 dimensiones. Se creó una geometría rectangular en x y y, con las mismas dimensiones de la rodaja de la papa, es decir, con un espesor de 0.005 m y 0.05 m de largo. El dominio a simular consistió de 296 elementos triangulares, con 32 elementos a lo largo y 4 en el espesor (Figura 13).

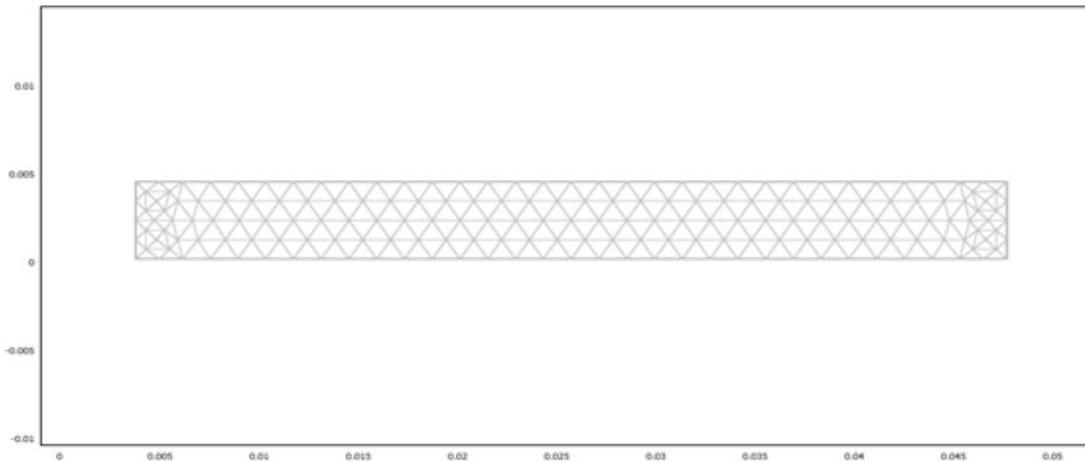


Figura 13. Malla FEM usada para la simulación del modelo durante el secado de papa (las dimensiones son expresadas en metros)

El paso de tiempo utilizado fue de 100 segundos, para un tiempo de simulación de 30,000 segundos [0:100:30000]. Las tolerancias absoluta y relativa son parámetros que se requieren para resolver modelos de EDP dependientes del tiempo. Estos parámetros funcionan sobre la exactitud del resolvedor y los valores oscilan entre cero y uno. La tolerancia absoluta es un valor escalar o vectorial con un valor para cada variable dependiente, mientras que la tolerancia relativa es un

escalar positivo y es usado por el resolutor en cada paso del tiempo para controlar el error relativo. La tolerancia absoluta debe ser lo suficientemente pequeña hasta donde lo permita el modelo, lo que hace que la relación que gobierna la tolerancia controle los errores. La geometría influye en los valores asignados en la tolerancia relativa. Para un objeto con geometría muy pequeña, la cual requiere un modelo muy complejo, como en nuestro caso, los valores de tolerancia relativa deben ser lo suficientemente grandes para que pueda ser resuelto. Por tales razones, los valores asignados para la tolerancia relativa y la tolerancia absoluta son de 0.1 y 0.01 respectivamente.

La simulación fue llevada a cabo en una PC ensamblada con procesador Intel® Core™ i3 CPU con una velocidad de 3.07 GHz, y 2.00 GB de memoria RAM, bajo el sistema operativo Windows 7 Enterprise.

Se incorporaron las ecuaciones, parámetros y propiedades que definen el transporte de humedad y aire en el material mediante un modelo de EDP con formulación general, cuyas variables dependientes son el contenido de humedad y la densidad del aire, respectivamente. El transporte de calor se introdujo en un modelo de EDP con formulación de coeficientes, cuya variable dependiente es la temperatura.

3.7 Validación del modelo matemático

La validación del modelo se realizó mediante la suma de errores cuadrados, para obtener la desviación del contenido de humedad de los datos experimentales y los obtenidos del modelo, a partir de la expresión:

$$SE_i = \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{W_{exp} - W_{mod}}{W_{exp}} \right)^2 \right]_i$$

donde n representa el número de registros de la cinética de contenido de humedad, W_{exp} representa los datos experimentales, y W_{mod} los del modelo.

CAPITULO 4. MÉTODO DE LA CURVA CARACTERÍSTICA

Durante el secado de alimentos, principalmente los de alto contenido de humedad inicial, se producen variaciones en el volumen y área de intercambio ocasionadas por la contracción del material. Cuando el material a secar es un poroso y de origen biológico, existen muchas variaciones en el contenido de humedad inicial. El método de la curva característica de secado (DCC) es un método matemático sencillo que simula la evolución del contenido de humedad y rapidez de secado a partir de los datos obtenidos experimentalmente (Jannot et al., 2004), con el objeto de eliminar las variaciones del contenido de humedad inicial del material. El método DCC es utilizado para estandarizar y modelar las cinéticas de secado independientemente de las condiciones del proceso, y se basa en la identificación de etapas de secado en la curva de velocidad reducida (rapidez de secado). Este método se aplicó al secado de papa para simular las cinéticas globales incorporando la evolución térmica superficial para la identificación de etapas de secado.

El método considera el cálculo del contenido de humedad en función del tiempo a partir de los datos experimentales de la cinética de peso. El contenido de humedad (W) en función del tiempo es calculado a partir de la expresión:

$$W = \frac{m_t}{m_f} (W_f + 1) - 1 \quad (4.1)$$

en donde W es el contenido de humedad en base seca; m_t es la masa del producto en el tiempo t ; m_f es la masa del producto al final del secado y W_f es el contenido de humedad al final del secado. A partir de esta expresión se calcula el contenido de humedad reducido (W_r), el cual estandariza los resultados de W , con la siguiente expresión

$$W_r = \frac{W - W_{eq}}{W_{crit} - W_{eq}} \quad (4.2)$$

MÉTODO DE LA CURVA CARACTERÍSTICA

donde W_{eq} es el contenido de humedad en equilibrio y W_{crit} es el contenido de humedad crítico. El W_{eq} es calculado a partir de las isotermas de sorción (Chen, 2006) con valor de 0.03 kg agua/kg de masa seca. Las propiedades de la papa, ocasionan que durante el secado convectivo, el agua sea eliminada desde el inicio del proceso; luego entonces, el valor del contenido de humedad crítico es el más alto obtenido, es decir, es el primer valor en la curva de W .

La velocidad reducida (V_r) considera una velocidad de referencia (V_{ref}), y parte del supuesto de que los mecanismos de transporte dependen del W_r , por lo que puede obtenerse a través de la derivada de W_r en función del tiempo. Cada valor de velocidad obtenida se divide entre V_{ref} , que es valor de la velocidad más alta en el proceso, o la inicial para la papa, y se obtiene la velocidad de secado reducida (V_r):

$$V_r = \frac{V}{V_{ref}} = \left(-\frac{dW}{dt} \right)_r = f(W_r) \quad (4.3)$$

En este estudio, la velocidad de secado en un tiempo determinado (V) es calculado a partir de las siguientes expresiones que representan las pendientes de la curva al inicio (4.4), al final (4.5) y durante el proceso de secado (4.6):

$$V_0 = \left(-\frac{dW}{dt} \right)_0 = \frac{W_0 - W_1}{t_1 - t_0} \quad (4.4)$$

$$V_f = \left(-\frac{dW}{dt} \right)_f = \frac{W_{f-1} - W_f}{t_f - t_{f-1}} \quad (4.5)$$

$$V_i = \left(-\frac{dW}{dt} \right)_i = \frac{1}{2} \left(\frac{W_{i-1} - W_i}{t_i - t_{i-1}} + \frac{W_i - W_{i+1}}{t_{i+1} - t_i} \right) \quad (4.6)$$

Como la velocidad de secado está en función del contenido de humedad reducido, se deducen las expresiones matemáticas que describen el comportamiento de la cinética bajo las siguientes condiciones:

$$f(W_r) = 0 \text{ si } W_r = 0 \quad (4.7)$$

$$0 < f(W_r) < 1 \text{ Si } 0 < W_r < 1 \quad (4.8)$$

MÉTODO DE LA CURVA CARACTERÍSTICA

$$f(W_r) = 1 \text{ si } W_r = 1 \quad (4.9)$$

A partir de las ecuaciones anteriores se obtiene la gráfica de V_r en función del W_r . A la curva obtenida se le incorporó la evolución térmica superficial para la obtención de las etapas de secado. Éstas se limitaron considerando las variaciones en el comportamiento de la temperatura superficial. Se definió W_{rm} y W_{rn} los valores límites de contenido de humedad para las etapas de comportamiento lineal; y W_{rn} y W_{rq} los valores límite de contenido de humedad para las etapas con comportamiento exponencial. El tipo de comportamiento de la curva fue determinado mediante la aplicación de una función en el programa Excel. Estableciendo los límites para cada etapa se observa que la curva define diferentes comportamientos, los cuales pueden representarse por las siguientes expresiones:

$$\text{Si } W_{rm} < W_r \leq W_{rn} \quad f(W_r) = a_x W_r + b_x \quad (4.10)$$

$$\text{Si } W_{rn} < W_r \leq W_{rq} \quad f(W_r) = c_x \exp(d_x W_r) \quad (4.11)$$

En la función exponencial (4.11) se observa que el parámetro “ c_x ” es una función de “ d_x ”, y puede expresarse como:

$$c_x = \frac{1}{\exp(d_x)} \quad (4.12)$$

Partiendo de la ecuación (4.3), en donde la velocidad de secado está en función del tiempo de secado, se sustituye la ecuación del contenido de humedad para las etapas de secado cuya función es lineal (4.10) y se obtiene la expresión:

$$V = V_{ref}(aW_r + b) \quad (4.13)$$

Como la velocidad representa la pérdida de agua por unidad de tiempo, se sustituye la ecuación (4.2) que representa W_r , obteniéndose la siguiente ecuación diferencial

$$-\frac{dW}{dt} = \frac{V_{ref} a}{W_0 - W_{eq}} \left[(W - W_{eq}) + \frac{b}{a} (W_0 - W_{eq}) \right] \quad (4.14)$$

MÉTODO DE LA CURVA CARACTERÍSTICA

La cual representa la cinética de secado para las etapas lineales. Resolviendo por el método de separación de variables se obtiene (Jannot et al., 2004):

$$W(t) = C_1 \exp \left[\frac{-a V_{ref}}{W_0 - W_{eq}} t \right] + W_{eq} - \frac{b}{a} (W_0 - W_{eq}) \quad (4.15)$$

Aplicando los valores iniciales cuando $t=0$, $W_r = W_{r0}$ y $t-t_2=0$ entonces, el valor de la constante de integración se expresa:

$$C_1 = (W_0 - W_{eq}) \left(W_{r0} + \frac{b}{a} \right) \quad (4.16)$$

Sustituyendo el valor de C_1 en (4.15), se obtiene la solución para la fase lineal del modelo

$$W(t) = W_{eq} + (W_0 - W_{eq}) \left[\left(W_{rf} + \frac{b_x}{a_x} \right) \exp \left(-\frac{a_x V_{ref}}{W_0 - W_{eq}} (t - t_2) - \frac{b_x}{a_x} \right) \right] \quad (4.17)$$

en donde $W(t)$ representa la cinética de secado del modelo para cada fase con comportamiento lineal, la cual está limitada por el contenido de humedad reducido al final de la fase (W_{rf}), durante el periodo que abarque la etapa de transición desde el tiempo de operación (t) hasta el tiempo final (t_2). Los parámetros a y b son propios de cada fase, por lo que se les coloca el subíndice x para definir la etapa correspondiente.

Aplicando el mismo procedimiento para la determinación de la cinética de secado del modelo para la fase exponencial, se obtiene la solución:

$$W(t) = W_{eq} - \left[\frac{1}{d_x} (W_0 - W_{eq}) \ln \left[\exp(-d_x W_{r0}) + \frac{c_x d_x V_{ref}}{W_0 - W_{eq}} t \right] \right] \quad (4.18)$$

Donde W_{r0} es el contenido de humedad reducido inicial, y n representa los valores característicos para cada fase exponencial diferente. Los parámetros a , b , c , d del modelo se calcularon por minimización de la suma de errores cuadráticos usando el programa Solver®, en cada uno de los experimentos de secado a diferentes condiciones de velocidad de aire, a partir de la expresión:

MÉTODO DE LA CURVA CARACTERÍSTICA

$$SE_i = \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{W_{exp} - W_{mod}}{W_{exp}} \right)^2 \right]_i \quad (4.19)$$

donde n representa el número de registros de cada etapa en la cinética de secado, W_{exp} son los datos experimentales y W_{mod} los del modelo. Se calculó el valor de R^2 el cual representa el coeficiente de correlación entre las dos gráficas, la experimental y el modelo.

CAPITULO 5. MODELO MATEMÁTICO FENOMENOLÓGICO

El secado de los alimentos implica un complejo estudio acerca de los mecanismos de transporte de masa y energía que ocurren en él. El desarrollo de modelos matemáticos mediante el uso de fórmulas y teorías que expliquen y predigan los mecanismos de transporte, han facilitado el entendimiento del proceso y su aplicación para la reducción de costos, optimización energética y mejora en la calidad del producto final. Un modelo matemático predice el comportamiento de un sistema real en términos de variables matemáticas, y puede ser validado con datos experimentales, lo que permite ajustar las condiciones del proceso. En la actualidad, el modelo que más se emplea es el propuesto por Whitaker (1994), quien propone una teoría de secado en medios porosos mediante el uso de ecuaciones que definen los mecanismos de transporte de masa, energía y movimiento en cada uno de los componentes del sistema. En este capítulo se expondrán las ecuaciones, parámetros y propiedades que definen el modelo matemático para el secado de papa.

5.1 La papa como material poroso e higroscópico

Un medio poroso se refiere al espacio de un sólido vacío denominado poro y que es llenado con un fluido. Por lo regular, estos poros se encuentran interconectados, lo que facilita el transporte de masa y calor. La porosidad se refiere a la fracción de volumen de espacio vacío. Dentro de la teoría de los medios porosos, la papa es un cuerpo coloidal-capilar poroso, ya que las paredes de los capilares son elásticas y se hinchan durante la humidificación. Los poros capilares-coloidales son poros capilares que, aunque su estructura sea coloidal, sus propiedades son capilares. Los poros capilares tienen un radio de poro menor a 10^{-5} m y la humedad es mantenida por tensión superficial. Si el radio es mayor a 10^{-5} m, las fuerzas gravitacionales deben ser tomadas en cuenta y los cuerpos son llamados porosos.

De acuerdo a la clasificación de sólidos, la papa es un material poroso, ya que posee una clara estructura de poros, los cuales se encuentran saturados de agua ligada y agua libre que se pierde durante el secado, comportándose como un material higroscópico y originando el encogimiento del

material desde el inicio del secado. En los materiales higroscópicos existe un nivel de humedad de saturación, por debajo de la cual, la presión de vapor en el interior está en función del nivel de humedad y de la temperatura. A este punto se le conoce como contenido de humedad en equilibrio. Por encima de este punto, la presión de vapor es función exclusiva de la temperatura e independiente del contenido de humedad, entonces el material se comporta como no higroscópico, es decir, el poro está lleno de agua en estado saturado o lleno de aire si el material es completamente seco. (Datta, 2006).

5.2 Elemento de volumen representativo (EVR)

La papa es un sistema continuo, ya que todo el espacio que lo ocupa está constituido por materia. En los sistemas continuos se toma como referencia un volumen llamado representativo, para el cual se calculan y son válidos cada una de las propiedades que definen al sistema. El EVR es descrito por Slattery (1967, 1972) y ha sido usado por numerosos autores para modelar medios porosos. Su aplicación permite aplicar todas las leyes y principios de la mecánica de fluidos en una pequeña porción, la cual es representativa en todo el material. El EVR comprende los volúmenes individuales de las fases

$$EVR = V_w(x, t) + V_g(x, t) + V_s(x) \quad (5.1)$$

las cuales pueden variar en función del tiempo y el espacio. El EVR debe ser lo suficientemente grande para que las cantidades promedio sean definidas, y lo suficientemente pequeño para evitar variaciones debido a los gradientes macroscópicos y configuraciones no equilibradas en niveles microscópicos (Tsotsas & Mujundar, 2007). La papa, como medio poroso, consiste en una fase de sólido rígido continuo, la cual tiene agua ligada como película adherente, y agua libre, ambas forman la fase líquida. Al mismo tiempo existe una fase continua de gas supuesta como mezcla ideal de vapor de agua y aire (Figura 14). El secado se lleva a cabo en un medio de aire húmedo considerado también ideal en donde la temperatura y presión son constantes durante el proceso. El modelo asume un equilibrio termodinámico entre las fases del sistema y el medio circundante, así como la presión de vapor, por lo tanto:

$$\begin{array}{ll} T_v = T_f = T & \text{Equilibrio termodinámico} \\ P_v = a_w \cdot P_v^{\text{sat}} & \text{Presión de vapor} \end{array} \quad (5.2)$$

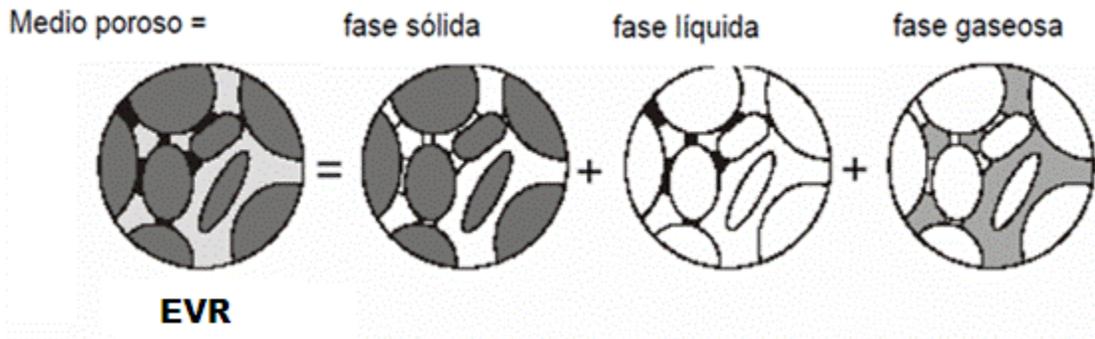


Figura 14. Elemento de volumen representativo del material poroso

El EVR considera la continuidad de estas tres fases, a las cuales se aplican las leyes de transferencia de masa y calor que describan los fenómenos a estudiar. Los conceptos básicos de las leyes que definen estos fenómenos a nivel microscópico son llamadas ecuaciones de cambio, e indican la conservación de especies químicas, de masa y de energía. La integración de estas ecuaciones en un EVR, representan los conceptos a nivel macroscópico. Las ecuaciones resultantes son ecuaciones diferenciales cuya variable independiente es el tiempo.

Por lo tanto, el modelo de secado de papa considera los siguientes supuestos:

- Las tres fases son continuas.
- La mezcla binaria de agua-aire tiene el comportamiento de un gas ideal
- El efecto de la gravedad es despreciable
- Existe un equilibrio termodinámico entre las tres fases, por lo que la presión de vapor es igual a su valor de equilibrio, y la temperatura de las tres fases es la misma.
- El aire es insoluble en la fase líquida.
- No se considera el efecto de la energía cinética, la disipación de líquido viscoso y el trabajo realizado por las fuerzas involucradas.

5.3 Ecuaciones generales de mecanismos de transporte

El complejo estudio de los fenómenos de transporte es regido mediante el uso de leyes que describen cada mecanismo. Aplicando el modelo propuesto por Whitaker (1977) para materiales porosos, las leyes de la física que rigen los fenómenos de transporte para este modelo son:

5.3.1 Ecuación de continuidad:

Esta ecuación se deduce aplicando un balance de materia al elemento finito de volumen, a través del cual circula el fluido, mediante la expresión:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \tag{5.3}$$

La cual describe la variación de la densidad para un punto fijo, como consecuencia de las variaciones del vector de velocidad másica ρv . El término $\nabla \cdot (\rho v)$, se denomina divergencia de ρv , y representa la velocidad neta con que disminuye la densidad de flujo de materia por unidad de volumen. La ecuación (5.3) establece que la velocidad con que aumenta la densidad en el interior de un pequeño elemento de volumen fijo en el espacio, es igual a la velocidad neta de entrada de densidad de flujo de materia en el elemento dividida por su volumen (Bird, et al., 1982).

5.3.2 Ecuación de energía térmica:

Considerando el EVR a través del cual se desplaza un fluido, se escribe la ley de la conservación de la energía para el fluido contenido en el interior en un determinado instante, el cual es representado como:

$$\frac{\partial \rho \left(U + \frac{1v^2}{2} \right)}{\partial t} = - \left[\nabla \cdot \rho v \left(U + \frac{1v^2}{2} \right) \right] - \nabla \cdot q + \rho (v \cdot g) - (\nabla \cdot p v) - (\nabla \cdot [\tau \cdot v]) \tag{5.4}$$

Velocidad de ganancia de energía por unidad de volumen	de	Velocidad de entrada de energía por unidad de volumen debido a la convección	de	Velocidad de entrada de energía por unidad de volumen debido a la conducción	de	Velocidad de trabajo comunicado al fluido por unidad de volumen debido a las fuerzas de gravitación	de	Velocidad de trabajo comunicado al fluido por unidad de volumen debido a las fuerzas de presión	de	Velocidad de trabajo comunicado al fluido por unidad de volumen debido a las fuerzas viscosas
--	----	--	----	--	----	---	----	---	----	---

La energía interna es una función de la temperatura local y la capacidad calorífica. Aplicando la ecuación de continuidad (5.3) y despreciando los efectos de compresión, gravedad y fuerzas viscosas, se obtiene la expresión que considera la transferencia de calor por conducción en el alimento:

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = -\nabla \cdot \lambda \quad (5.5)$$

Que es la ecuación general de transferencia de calor para el material, y establece que la temperatura de un elemento móvil de fluido varía debido a la conducción.

5.3.3 Ecuación de transferencia de masa

Durante el secado de materiales porosos, la pérdida de humedad se lleva a cabo por varios mecanismos de transporte. Para este modelo, se considera que el flujo del contenido de humedad en el producto ocurre por capilaridad, la cual sigue la ley de Darcy, y por difusión, que es regida por la ley de Fick, Entonces, el balance de materia es expresado de la siguiente manera en función del contenido de humedad (W)

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\rho \frac{K}{\mu} \frac{\partial(P-P_c)}{\partial s} + \nabla \cdot (D_{eff} \cdot \nabla W) \quad (5.6)$$

Donde ρ es la densidad del material; K es la permeabilidad; μ es la viscosidad; P es la presión del sistema, P_c es la presión capilar; s es la distancia y D_{eff} es la Difusividad efectiva. Como el sistema considera tres fases, la ecuación 5.6 se restringe a cada uno de las fases del material, lo cual se detallará adelante.

A partir de estas ecuaciones generales, se definen las ecuaciones de transferencia de masa y calor para cada una de las fases.

5.4 Ecuaciones del modelo

En la mayoría de los modelos matemáticos se presentan tres variables independientes usadas comúnmente: contenido de humedad (W), que en algunos casos puede ser sustituida por la saturación (S); temperatura (T) y presión del gas (P_g) o densidad del gas (ρ_g). A partir de éstas, todas las demás variables pueden ser descritas en el modelo.

5.4.1 Ecuaciones de transferencia de masa

Los fenómenos que rigen la transferencia de masa dependen de cada fase del sistema. A continuación se define cada una de las fases:

5.4.1.2 Fase líquida

La fase líquida está constituida únicamente por agua líquida. El líquido es considerado como un material incompresible, por lo que los efectos de compresión son despreciados, es decir, $\rho_l =$ constante. La transferencia de masa se lleva a cabo por flujo capilar y es regida por la Ley de Darcy. El flujo capilar es ocasionado por la diferencia de atracción entre las moléculas del líquido y las de la fase sólida, y se lleva a cabo de las regiones en donde existe mayor cantidad de agua hacia las que tienen menor cantidad, por lo que la presión interna es el gradiente que impulsa al movimiento capilar del agua líquida (Datta, 2007). La expresión matemática que describe el fenómeno es:

$$\rho_l \vec{V}_l = -\rho_l \frac{K_l}{\mu_l} \frac{\partial(P_g - P_c)}{\partial s} \quad (5.7)$$

Donde $\rho_l \vec{V}_l$ representa el flux másico del líquido por efecto de la presión y capilaridad; P_g es la presión total del gas en la fase gaseosa, P_c es la presión capilar del líquido; K_l es la permeabilidad del líquido, la cual es expresada por $K_l = k k_{lr}$, donde k_{lr} es la permeabilidad relativa en la fase líquida; k es la permeabilidad intrínseca y μ_l es la viscosidad del líquido. El movimiento capilar en el poro considera el agua libre y el espacio ocupado por la fase gaseosa en su interior. La movilidad de cada una de estas fases es representada por:

$$\vec{V}_l = -\frac{k \cdot k_{rl}}{\mu_l} \cdot (\nabla P_l^l) \quad (5.8)$$

$$\vec{V}_g = -\frac{k \cdot k_{rg}}{\mu_g} \cdot (\nabla P_g^g) \quad (5.9)$$

La presión del gas es mayor a la presión del líquido, lo que origina la formación de un menisco entre ambas fases, estableciendo una relación de presión denominada presión capilar, la cual es representada por

$$P_c = P_g - P_l \quad (5.10)$$

Reordenando la ecuación 5.7, e incorporando la movilidad de cada una de las fases por capilaridad, se obtiene la expresión:

$$\rho_l \vec{V}_l = \rho_l \frac{k.k_{rl}}{\mu_l} \cdot \nabla(P_c) - \rho_l \frac{k.k_{rl}}{\mu_l} \cdot \nabla(P_g^g) \quad (5.11)$$

Donde $\rho_l \vec{V}_l$ representa el flux másico por capilaridad en la papa. La presión capilar es la diferencia de presión a través de la interfase entre dos líquidos inmiscibles, un fluido seco y un líquido (aire y agua). En los alimentos, la presión capilar es una medida que refleja propiedades como tensión superficial, inmiscibilidad, viscosidad del fluido, humectabilidad de las superficies sólidas, distribución y tamaño del poro, deformación de matriz sólida y composición del líquido (Halder et al., 2010). Aunque los procesos para su determinación son extremadamente complicados, el principal enfoque práctico y teórico que se utiliza es una relación empírica entre presión capilar y contenido de humedad. Esta relación asume que toda el agua líquida está presente en los capilares y que fluye siempre y cuando la presión del gas sea superior a la presión capilar. Cuando ambas son iguales, el líquido deja de fluir y la presión capilar se determina a partir de la presión del aire.

Debido a que el secado de alimentos es un proceso muy complejo de estudiar, han sido limitadas las investigaciones que analizan la presión capilar durante el secado de papa. Los métodos usuales para medir la presión capilar no pueden ser aplicados a tejidos blandos como la papa, y requieren de algunas modificaciones importantes debido a que son materiales no homogéneos y se deforman a las altas presiones (Halder et al., 2010). Datta (2007), incorpora el término de Difusividad capilar para modelar el fenómeno de capilaridad en la papa. Este coeficiente se encuentra en función del contenido de humedad y representa la movilidad de agua libre por difusión y capilaridad, el cual es indicado por la expresión:

$$D_c = 1 \times 10^{-8} \exp(-2.8 + 2.0 W) \quad (5.12)$$

Sustituyendo en una ecuación diferencial ordinaria que represente la movilidad del líquido por capilaridad, la movilidad del agua líquida es expresada por:

$$\frac{dW_l}{dt} = - D_c \frac{dW}{ds} \quad (5.13)$$

Donde L representa la distancia recorrida por el fluido. Incorporando el término de difusión capilar como coeficiente de proporcionalidad en la ecuación de Darcy para el movimiento capilar del agua líquida (5.11), se obtiene la expresión que representa el flujo del agua líquida:

$$\rho_l \vec{V}_l = - D_c \cdot [\nabla W] \quad (5.14)$$

5.4.1.2 Fase gaseosa

La fase gaseosa es considerada como una mezcla de vapor-aire que se comporta como gas ideal compresible, por lo que los parámetros que definen a la fase son:

$$\rho_i^g = \frac{m_i \cdot P_i^g}{RT} \quad (5.15)$$

$$P_g^g = P_a^g + P_v^g \quad (5.16)$$

$$\rho_g^g = \rho_a^g + \rho_v^g \quad (5.17)$$

Donde i puede ser a= aire o v= vapor de agua. Los mecanismos de transferencia de masa para cada uno, siguen La ley de Darcy para flujo convectivo y la Ley de Fick, la cual establece la transferencia por difusión molecular, si los poros son lo suficientemente grandes. La movilidad de estas especies depende de los gradientes de presión y concentración de la fase gaseosa. El flux másico para el vapor de agua es representado por:

$$\rho_v^g \vec{V}_v = \rho_v^g \frac{k \cdot k_{rg}}{\mu_g} \cdot \nabla P_g^g - \rho_v^g D_{eff} \cdot \nabla C_v^g \quad (5.18)$$

Despejando el vector velocidad se obtiene:

$$\vec{V}_v = \frac{k \cdot k_{rg}}{\mu_g} \cdot \nabla P_g^g - \frac{\rho_v^g}{\rho_a^g} D_{eff} \cdot \nabla C_v^g \quad (5.19)$$

Donde k es la permeabilidad intrínseca, es decir, que incluye ambas fases; k_{rg} la permeabilidad relativa en la fase gaseosa, μ_g es la viscosidad del gas y D_{eff} el coeficiente de difusión efectivo. El término C_v^g representa la concentración de masa de vapor de agua en la fase gaseosa presentes en la masa de aire húmedo, es decir, aire más vapor, por lo que se pueden expresar en términos de:

$$C_v^g = \frac{\rho_v^g}{\rho_a^g + \rho_v^g} \quad (5.20)$$

El término D_{eff} representa el coeficiente de difusión equivalente o efectivo que rige el movimiento difusivo de la fase gaseosa, es decir, involucra el movimiento de vapor y del aire. La expresión utilizada para D_{eff} ha sido ya utilizada en otras investigaciones sobre estudio de papa (Srikiatden & Roberts, 2006), y es definida por:

$$Def f = \left[1.0418 \times 10^{-5} \exp\left(\frac{-25.77}{8.314 \times 10^{-3} T}\right) \right] \quad (5.21)$$

Para calcular ρ_v^g , se aplica la ecuación de los gases ideales $PV = nRT$. Sustituyendo $n = m/PM$ y $\rho = m/V$, se obtiene la expresión:

$$\rho_v^g = \frac{P_v^g}{R \cdot T} \cdot PM \quad (5.22)$$

donde P_v^g es la presión de vapor en la fase gaseosa; R es la constante universal de los gases ideales; y PM es el peso molecular del agua. Para obtener este valor se requiere conocer la presión de vapor, la cual se encuentra en función de la actividad del agua y de la presión de vapor saturado, y es expresado por:

$$P_v^g = a_w \cdot P_v^{sat} \quad (5.23)$$

MODELO MATEMÁTICO FENOMENOLÓGICO

donde a_w es la actividad del agua y P_v^{sat} es la presión de vapor en la saturación. La actividad del agua es una medida termodinámica del potencial químico del agua. Es definida como la relación entre la presión de vapor del agua en el alimento (P_v), sobre la presión de vapor del agua pura (p_0) a la misma temperatura y presión total, la cual puede representarse por la siguiente expresión:

$$a_w = \left[\frac{P_v}{p_0} \right]_{P,T} \quad (5.24)$$

La expresión anterior indica que el alimento está en equilibrio con el medio que lo rodea. El contenido de humedad en equilibrio es mostrado en las isotermas de sorción. Las isotermas de sorción representan la relación entre el contenido de agua en el medio (HR) y la actividad de agua de cualquier material a una temperatura dada. Las isotermas proporcionan importante información sobre la estabilidad del producto en relación con el crecimiento microbiano y la actividad enzimática (Blahovec & Yanniotis, 2009). Existen muchos modelos matemáticos que describen las isotermas de sorción en los alimentos. Chen (2006) presenta 4 modelos propuestos para la isoterma de sorción de la papa a diferentes condiciones de temperatura, encontrando que la ecuación de Halsey-Modificada, es la que representa una mejor aproximación, y se establece a partir de la siguiente expresión:

$$a_w = \exp(-\exp(1.7566 - 9.577 \times 10^{-3} T_\infty) W^{0.9764}) \quad (5.25)$$

donde T_∞ es la temperatura del túnel de secado (°C) y W el contenido de humedad en masa seca (%). A partir de esta expresión se obtiene la gráfica que representa la isoterma de sorción de la papa a 60°C (Figura 15).

El contenido de humedad en equilibrio expresa el punto en el cual el material está en equilibrio termodinámico con el medio circundante, y representa el mínimo contenido de humedad al cual el material puede ser secado teóricamente. El contenido de humedad en equilibrio (W_{eq}) es una función de la temperatura y humedad relativa del aire de secado, y se expresa como:

$$W_{eq} = W(T, a_w) \quad \text{donde } a_w = HR \quad (5.26)$$

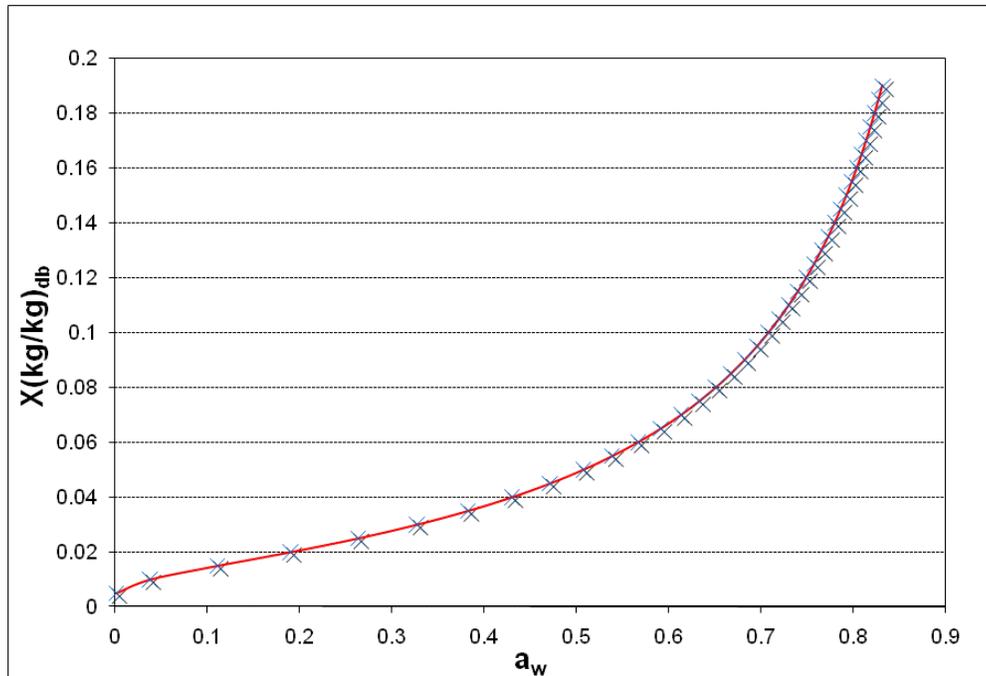


Figura 15. Isoterma de sorción de la papa a 60°C (Chen, 2006).

El contenido de humedad en equilibrio es mostrado en las isotermas de sorción (Figura 15), donde puede apreciarse claramente que a las condiciones de proceso operadas 60°C y $a_w = 0.3$, W_{eq} se encuentra en $X = 0.03$ kg de agua/kg de masa seca.

La Figura 16 muestra la curva clásica del contenido de humedad contra la humedad relativa (actividad de agua) durante el secado de alimentos. Esta curva de sorción varía en función del alimento. Sin embargo representa las etapas higroscópicas del material. Como puede apreciarse, cuando la humedad relativa tiene valor de 1, el contenido de humedad en base seca del alimento, representa el Contenido Crítico de humedad (W_{crit}), que significa el punto que determina el comportamiento higroscópico y no higroscópico del material. En valores superiores a W_{crit} se elimina el agua libre de los poros del material, por lo que se le conoce como la zona con dominio capilar. A partir de este punto, el agua ligada es eliminada y requiere mayor cantidad de energía (Jangam et al. 2010). En esta etapa se dice que gobierna el dominio higroscópico y es función del contenido de humedad y la temperatura del material (Datta, 2002). Las curvas de sorción presentadas en la literatura para papa cruda a 60°C muestran valores por debajo del 1% (Chen, 2006; McLaughlin & Magee, 1998; McMinn & Magee, 1999; McMinn & Magee, 2003; McMinn et al., 2005). La razón es atribuida al deterioro en la naturaleza higroscópica de la papa ocasionado por las altas temperaturas, debido a su contenido de almidón (McLaughlin & Magee, 1998), por tal

MODELO MATEMÁTICO FENOMENOLÓGICO

razón, las temperaturas elevadas como la de operación es desfavorable para la medición de la adsorción de humedad.. Para la presente investigación, se consideró la isoterma propuesta por Chen (2006), la cual únicamente reproduce valores hasta 0.83 de actividad del agua. A través de COMSOL Multiphysics se incorporaron los datos de la isoterma en una función de interpolación y extrapolación lineal para obtener el valor del contenido de humedad en el equilibrio de la papa. El valor determinado de la función es 0.385 (Figura 17).

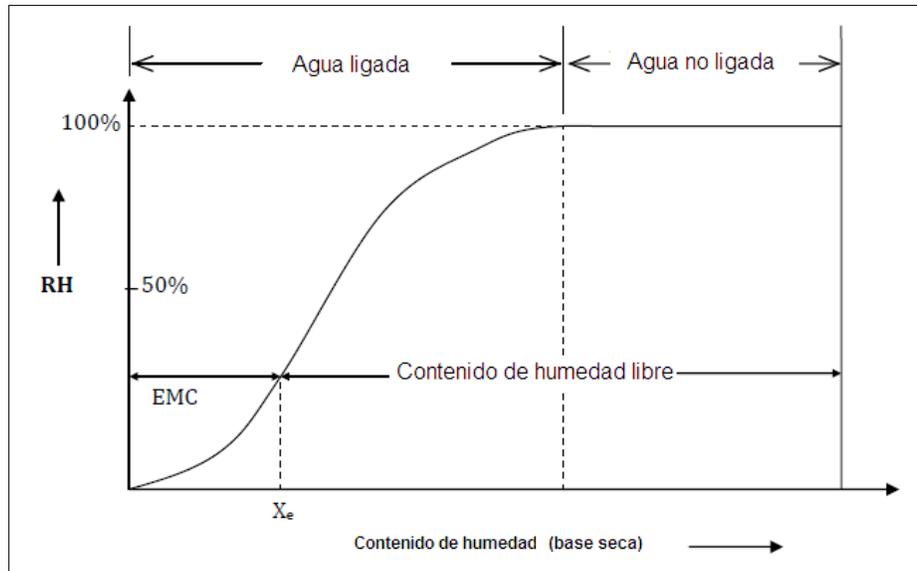


Figura 16. Etapas del dominio capilar e higroscópico.

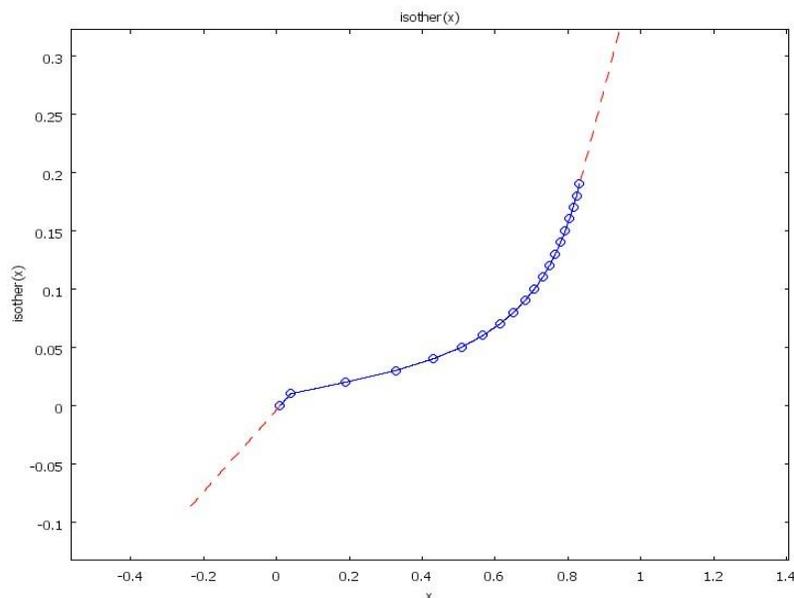


Figura 17. Isotherma de sorción extrapolada en COMSOL Multiphysics.

La presión de vapor saturada (P_v^{sat}) se calcula a partir de la Ecuación de Antoine, la cual está definida por $\ln P_{sat} = A - B/(T+C)$. Los valores de A, B y C, dependen de las unidades que se requieran obtener. La expresión utilizada es:

$$P_v^{sat} = \exp \left[20.90006 - \frac{5204.9}{T} \right] \quad (5.27)$$

La permeabilidad es una propiedad que genera resistencia al flujo del vapor, y varía en el proceso de secado ya que depende de las diferentes reacciones biológicas, físicas o químicas de los alimentos. En la papa, la gelatinización del almidón, principal componente de la matriz sólida, y la contracción de poros genera resistencia al flujo del vapor, y por ende, cambios en la permeabilidad (Datta, 2007). La permeabilidad (K), depende de los valores de la permeabilidad intrínseca y permeabilidad relativa. La permeabilidad intrínseca en la fase gaseosa (k_i) es considerado constante en todo el proceso, mientras que el valor de la permeabilidad relativa de la fase gaseosa es una función de la saturación (S_w), y puede ser expresada mediante las siguientes expresiones (Datta, 2007):

$$k_{rg} = \begin{cases} 1 - 1.1 S_w & S_w < \frac{1}{1.1} \quad S_w < 0.9090 \\ 0 & S_w > \frac{1}{1.1} \quad S_w > 0.9090 \end{cases} \quad (5.28)$$

La permeabilidad puede ser expresada por una función polinomial en la cual se observa claramente que la permeabilidad aumenta cuando disminuye la saturación (Figura 18), ya que al secarse el material, el agua libre es eliminada dejando vapor y aire en los poros. La expresión que representa la permeabilidad relativa de la fase gaseosa durante el secado de papa es:

$$k_{rg} = 0.3467S_w^3 - 1.5346S_w^2 + 0.1394S_w + 0.9916 \quad (5.29)$$

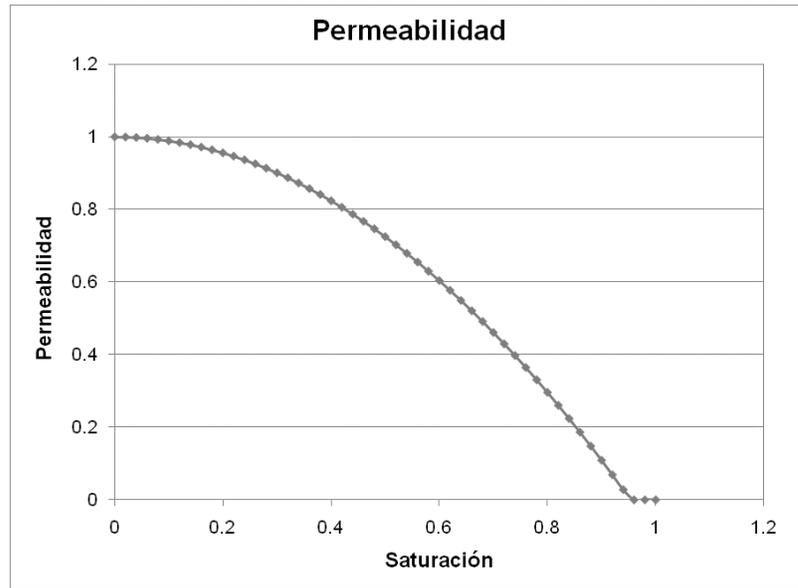


Figura 18. Permeabilidad de la papa en función de la saturación

En el poro de un material, existe una cantidad de agua libre que se encuentra dentro de él. La saturación del agua (S_w) indica relación de agua y aire presente en los poros del material, por lo tanto, los valores oscilan de 0 a 1 y es representada por:

$$S_w = \frac{\text{volumen de agua libre}}{\text{volumen del poro}} \quad (5.30)$$

Cuando el material está completamente lleno de agua, $S_w = 1$. Después del proceso, cuando el material está seco y no presenta agua libre en el poro, $S_w = 0$, entonces se dice que el material es insaturado. La saturación inicial del material S_{ini} representa el volumen inicial de agua libre, mientras que S_{fin} representa el volumen final de agua en el poro. En la papa $S_{ini} = 0.88$ (Datta & Ni, 1999). La expresión que representa S_w es definida por:

$$S_w = \frac{\rho_s (W - W_{crit})}{\phi \cdot \rho_l} \quad \text{cuando } W > W_{crit} \quad (5.31)$$

donde Φ representa la porosidad de la papa y ρ_l y ρ_s , la densidad del líquido y el sólido respectivamente. La porosidad de un material indica el volumen de espacios vacíos con relación al volumen total del material, es decir:

$$\phi = \frac{\text{espacios vacios}}{\text{volumen total del material}} \quad (5.32)$$

El modelo considera constante la porosidad de la papa. Sin embargo, existe otro tipo de fracciones en función de la porosidad. Tal es el caso de ϕ_l que representa la fracción volumen que utiliza el líquido y ϕ_g que es la fracción ocupada por el gas. Las expresiones que las definen son:

$$\begin{aligned} \phi &= 1 - \phi_s \\ \phi &= \phi_l + \phi_g \end{aligned} \quad (5.33)$$

$$\begin{aligned} \phi_l &= \phi \cdot S_w \\ \phi_g &= \phi \cdot (1 - S_w) \end{aligned} \quad (5.34)$$

En el dominio higroscópico ϕ_l es igual a cero y ϕ_g es igual a la porosidad de la papa. La densidad del aire en la fase gaseosa es una función del volumen encontrado en los poros, por lo que se puede representar por:

$$\rho_a^g = \frac{\rho_a}{\phi_g} \quad (5.35)$$

donde ρ_a es la densidad del aire, la cual varía en función del sistema por tratarse de un medio poroso, por lo que se puede representar con una ecuación diferencial:

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \nabla \cdot \{ \rho_a \vec{V}_a \} = 0 \quad (5.36)$$

donde $\rho_a \vec{V}_a$ representa el flux másico del aire cuya expresión es definida por:

$$\rho_a^g \vec{V}_a = \rho_a^g \frac{k k_{rg}}{\mu_g} \cdot \nabla P_g^g - \rho_a^g D_{eff} \cdot \nabla C_a^g \quad (5.37)$$

Despejando el vector de velocidad se obtiene:

$$\vec{V}_a = \frac{k k_{rg}}{\mu_g} \cdot \nabla P_g^g - \frac{\rho_a^g}{\rho_a} D_{eff} \cdot \nabla C_a^g \quad (5.38)$$

El término C_a^g representa la concentración de masa de aire presente en la masa de aire húmedo, por lo que se pueden expresar en términos de:

$$C_a^g = \frac{\rho_a^g}{\rho_a^g + \rho_v^g} \quad (5.39)$$

donde ρ_a^g representa la densidad del aire en la fase gaseosa, y es calculada de la misma manera que ρ_v^g .

5.4.1.3 Agua ligada

El modelo de difusión-sorción describe la migración del agua ligada. El flujo puede ser explicado mediante la siguiente relación:

$$\vec{J}_b = -\rho_s D_b \cdot \nabla W_b - \rho_s D_b \cdot \nabla T \quad (5.40)$$

La cual expresa que la migración del agua ligada es dominada por mecanismos difusivos, siguiendo la ley de Fick. El contenido de agua ligada W_b es definido como:

$$W_b = \frac{\text{masa de agua ligada}}{\text{masa seca}} \quad (5.41)$$

Durante el secado de los alimentos, el agua libre se elimina primero en el interior por capilaridad, seguido por evaporación en la superficie (W_{crit}). Cuando se alcanza este valor de humedad, las condiciones de secado cambian, y los fenómenos que antes eran por capilaridad pasan a ser difusivos, es decir, comienza a eliminarse el agua ligada.

En resumen, las ecuaciones que describen la transferencia de masa de las diferentes fases durante el secado de papa son:

Fase gaseosa (aire y vapor):

$$\text{Aire: } \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_a^g \vec{V}_a) = 0 \quad (5.42)$$

$$\text{Vapor: } \frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_v^g \vec{V}_v) = I + I_b \quad (5.43)$$

$$\text{Fase líquida: } \frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l^l \vec{V}_l) = -I \quad (5.44)$$

$$\text{Agua ligada: } \frac{\partial \rho_b}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J}_b = -I_b \quad (5.45)$$

donde W es el Contenido de Humedad en base seca ρ_s representa la densidad del sólido. I y I_b son el flux de cambio de fase para el agua líquida y el agua ligada respectivamente. La ecuación (5.43) indica que la concentración de vapor en el elemento representativo de volumen está determinado por el flux másico de vapor más la cantidad de agua ligada evaporada; mientras que la ecuación (5.44) indica que la concentración de agua es definida por el flux másico de agua líquida menos la cantidad de agua que se evapora y pasa a la fase gaseosa. La ecuación (5.42) indica que la concentración de aire no cambia a ninguna otra fase, mientras que la ecuación (5.45), expresa que la cantidad de agua ligada pasa a la fase gaseosa. De esta manera, el balance global de transferencia de masa es expresado por:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \nabla \cdot \left\{ \frac{1}{\rho_s} (\rho_l \vec{V}_l + \rho_v^g \vec{V}_v + \vec{J}_b) \right\} = 0 \quad (5.46)$$

Sin embargo, el estudio de los parámetros que determinen el comportamiento del agua ligada en el secado convectivo de papa, no fueron encontrados en la literatura, por lo que para el modelo, J_b es despreciado y considerado como parte del flux de vapor. De esta manera, el balance general del transporte de masa en la papa es representado por:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \nabla \cdot \left\{ \frac{1}{\rho_s} (\rho_l \vec{V}_l + \rho_v^g \vec{V}_v) \right\} = 0 \quad (5.47)$$

5.4.2 Ecuaciones de transferencia de calor

En el interior del material, la transferencia de calor se lleva a cabo por conducción. A partir de la expresión (5.5) y aplicando la Ley de Fourier, que rige la transferencia de calor por conducción, la cual es expresada por:

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \nabla T \quad (5.48)$$

y establece que el vector densidad de flujo de calor q , es proporcional al gradiente de temperatura ∇T de sentido contrario, se obtiene la siguiente expresión:

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = \lambda_{eff} \nabla^2 \cdot T \quad (5.49)$$

La ecuación representa la transferencia de calor por conducción en el interior del material, teniendo como fuerza impulsora el gradiente de temperatura, e indica que la rapidez de cambio en la energía interna es igual a la rapidez neta de calor transportado hacia el interior del elemento de volumen. El término ρC_p expresa la cantidad de materia que transporta el calor e incluye las tres fases del sistema (eff). El término $\frac{\partial T}{\partial t}$ representa la variación de la temperatura con respecto al tiempo. λ_{eff} representa la conductividad térmica efectiva del material, el cual a partir de este momento únicamente se considerará como λ .

Por lo tanto, las ecuaciones diferenciales parciales que definen la transferencia de calor en la papa son:

Fase sólida: $\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla T) \quad (5.50)$

Fase líquido: $\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla T (\rho_l \vec{V}_l C_p) = 0 \quad (5.51)$

Fase gaseosa:

$$\text{Vapor:} \quad \rho C p_v \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla T \left(\rho_v \overrightarrow{V}_v^g C p_v \right) = 0 \quad (5.52)$$

$$\text{Aire:} \quad \rho C p_a \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla T \left(\rho_a \overrightarrow{V}_a^g C p_a \right) = 0 \quad (5.53)$$

La ecuación (5.50) representa la cantidad de calor por conducción que es transmitida al alimento. La ecuación (5.51) indica el flujo de calor que es disipado del sólido hacia la fase líquida. La ecuación (5.52) representa el flux de calor y la cantidad de calor requerida para la evaporación; y la ecuación (5.53) establece la cantidad de calor requerida para calentar el aire en el interior del material. A partir de estas ecuaciones, se obtiene el balance global de energía, el cual es expresado por:

$$\rho C p \frac{\partial T}{\partial t} + [(\rho_l \overrightarrow{V}_l C p_l + \rho_a^g \overrightarrow{V}_a^g C p_a + \rho_v^g \overrightarrow{V}_v^g C p_v)] \nabla T - \nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla T) = 0 \quad (5.54)$$

La capacidad calorífica de la papa ha sido estudiada, por lo que la expresión que la representa se considera una constante cuyo valor es $C_{p_{papa}} = 1650 \text{ J/kg}$. La conductividad térmica efectiva (λ) de la papa es propuesta por Wang y Brennam (1992) como una función del contenido de humedad, ya que varía con respecto a las condiciones del sistema y es representada por:

$$\lambda = 0.276 + 0.293 \log (W) \quad (5.55)$$

5.5 Geometría del material para el modelo

El modelo simula la transferencia bidimensional simultánea de humedad y calor en la muestra de papa, mediante el uso de propiedades de estado en función del contenido de humedad, aire y temperatura que expliquen, en términos fenomenológicos, el movimiento de humedad, penetración del aire y calor en el material. Para ello se considera una muestra en dos dimensiones: 0.05 m de largo (L) por 0.005 m de espesor (h). La transferencia de masa y calor se da exclusivamente en la

cara superior e inferior, despreciando la transferencia en las caras laterales de la muestra (Figura 19). El modelo no considera los efectos de encogimiento en el material.

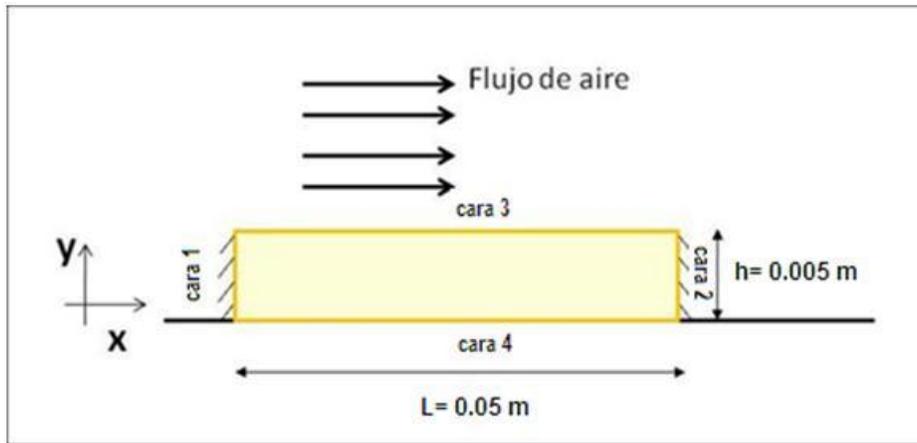


Figura 19. Diagrama esquemático del proceso simultáneo de transferencia de masa y calor en la papa.

5.6 Condiciones frontera

En la superficie del material, la transferencia de calor se lleva a cabo por convección entre el material y el aire de secado, por lo que es aplicable la ecuación de Newton para la convección de calor en la superficie del material, expresando:

$$h_c(T_\infty - T) = -\mathbf{n} \cdot (-\lambda \nabla T) \quad (5.56)$$

donde h_c representa el coeficiente de transferencia de calor; $T_\infty - T$, representa el gradiente de temperatura que impulsa la transferencia de calor por convección y \mathbf{n} es el vector normal a la superficie. La ecuación (5.56) representa la transferencia de calor del aire hacia el alimento, la cual es absorbida por conducción al material. De la misma manera, las ecuaciones que rigen la transferencia de masa y aire son representadas en la Tabla 3, la cual resume las condiciones aplicadas.

MODELO MATEMÁTICO FENOMENOLÓGICO

Tabla 3. Ecuaciones que describen las condiciones frontera para el modelo.

CARA	CONDICIÓN DE CONTORNO	ECUACION
1 y 4	AISLADO	
2 y 3	TIPO NEWMAN	TEMPERATURA: $-n_Q = h_c(T_\infty - T)$
		MASA: $-n_v = -k_m(\rho_{v\infty} - \rho_v^g)$
		DENSIDAD: $-n_f = k_a(\rho_{a\infty} - \rho_a^g)$

donde h_c , k_m y k_a son los coeficientes de transferencia de calor, de masa y del aire, los cuales fueron calculados a partir de los datos experimentales. T_∞ , $\rho_{v\infty}$ y $\rho_{a\infty}$ son las condiciones de temperatura, densidad de vapor y densidad del aire en el túnel de secado; y T , ρ_v^g y ρ_a^g son la temperatura, densidad del vapor y densidad del aire en el material.

5.7 Resumen de ecuaciones y parámetros de entrada

El modelo simula la transferencia simultánea de calor y temperatura en dos dimensiones. El término gradiente de las ecuaciones diferenciales parciales de transporte se expresa en la Tabla 4.

Tabla 4. Ecuaciones diferenciales parciales para el modelo matemático.

Subdominio	Ecuación	Variable a resolver
Conservación total de humedad	$\frac{\partial W}{\partial t} + \nabla \cdot \left\{ \frac{1}{\rho_s} (\rho_l \vec{V}_l + \rho_v^g \vec{V}_v) \right\} = 0$	W
Conservación total de aire seco	$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \nabla \cdot \{ \rho_a \vec{V}_a \} = 0$	ρ_a
Ecuación de conservación de calor	$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + [(\rho_l \vec{V}_l C_{p_l} + \rho_a^g \vec{V}_a C_{p_a} + \rho_v^g \vec{V}_v C_{p_v})] \cdot \nabla T - \nabla \cdot (\lambda \nabla T) = 0$	T

Las expresiones que representan las condiciones frontera para cada una de las ecuaciones mencionadas son (Tabla 5):

MODELO MATEMÁTICO FENOMENOLÓGICO

Tabla 5. Condiciones frontera e iniciales para el modelo.

Cara	Condición de contorno	Ecuación	Condición inicial
1 y 4	Aislado		
2 y 3	Tipo Newman	TEMPERATURA: $-n_Q = h_c(T_\infty - T)$	$T_{\text{inicial}} = 25^\circ\text{C}$
		MASA: $-n_v = -k_m(\rho_{v\infty} - \rho_v^g)$	W_{inicial}
		DENSIDAD: $-n_f = k_a(\rho_{a\infty} - \rho_a^g)$	$\rho_a \text{ inicial}$

Tanto W_{inicial} y $\rho_a \text{ inicial}$ dependen de las propiedades iniciales del material. Los valores de entrada para el modelo son definidos en la Tabla 6.

Tabla 6. Parámetros de entrada para el modelo.

Propiedad	Valor de entrada	Referencia
ρ_s (kg/m ³)	1528	Mitrea, D., 2010
R (J/mol K)	8.314472	
PMvap (Kg/mol)	0.018	
k (m ²)	$2e10^{-16}$	Mitrea, D., 2010
W_{crit}	0.385	
ϕ	0.88	Mitrea, D., 2010
ρ_l (kg/m ³)	1000	
μ_g (Pa.s)	1.72e-5	Srikiatden, 2006
PMaire (kg/mol)	0.029	
Cp_{papa} (J/kg K)	1650	Mitrea, D., 2010
Cp_l (J/kg K)	4184.4	Mitrea, D., 2010
Cp_a (J/kg K)	1006	Mitrea, D., 2010
Cp_v (J/kg K)	1804	Mitrea, D., 2010
A (m ²)	0.00189	
h_c (W/m ² K)	26.34	
Ttunnel (K)	333	
Cv_{tunnel} (mol/m ³)	0.138	

Capítulo 6. RESULTADOS Y DISCUSIONES

La Figura 20 muestra las cinéticas de secado en los cuatro experimentos realizados a las diferentes velocidades de flujo de aire: 1.0, 1.4, 1.8 y 2.2 m/s. Como puede observarse, existen discrepancias entre los experimentos realizados a la misma velocidad de aire, las cuales son ocasionadas por las propiedades iniciales del material, y se reflejan en el peso inicial y final de las muestras. A pesar de ello, el comportamiento de las curvas es muy semejante y característico del material. El efecto del ruido en cada experimento fue eliminado mediante el tratamiento de los datos a través de una ecuación polinomial de cuarto orden, ajustando el peso inicial y final de las muestras.

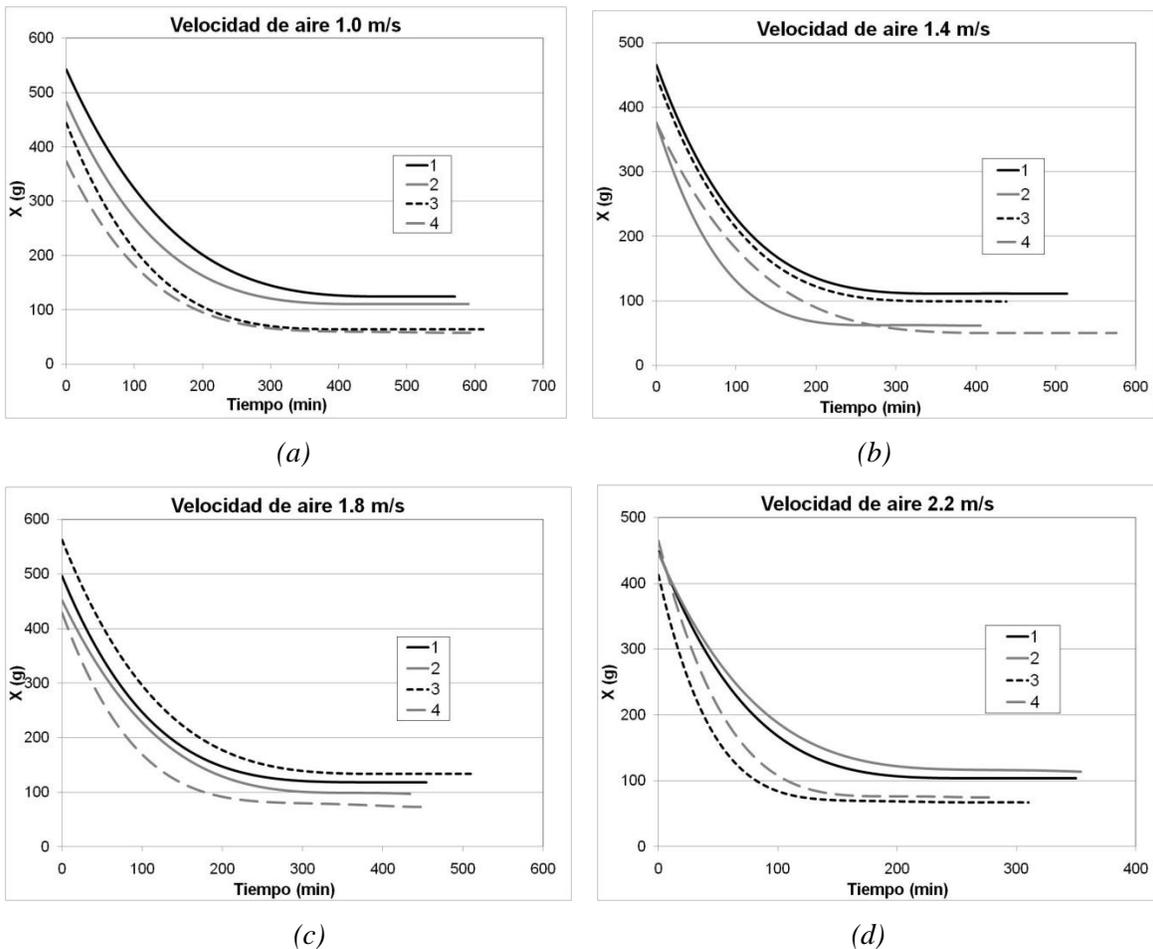


Figura 20. Cinéticas de peso de cuatro experimentos a velocidades de flujo de aire de (a) 1.0 m/s, (b) 1.4 m/s, (c) 1.8 m/s y (d) 2.2 m/s.

RESULTADOS Y DISCUSIONES

El contenido de humedad a partir de los datos experimentales se determinó con el cálculo de PSC y W_{actual} . A partir de los datos obtenidos se realizó una regresión mediante una ecuación polinomial de quinto orden en función del tiempo para obtener W . Las gráficas obtenidas en cada uno de los experimentos a las diferentes velocidades de flujo de aire, se muestran en la Figura 21.

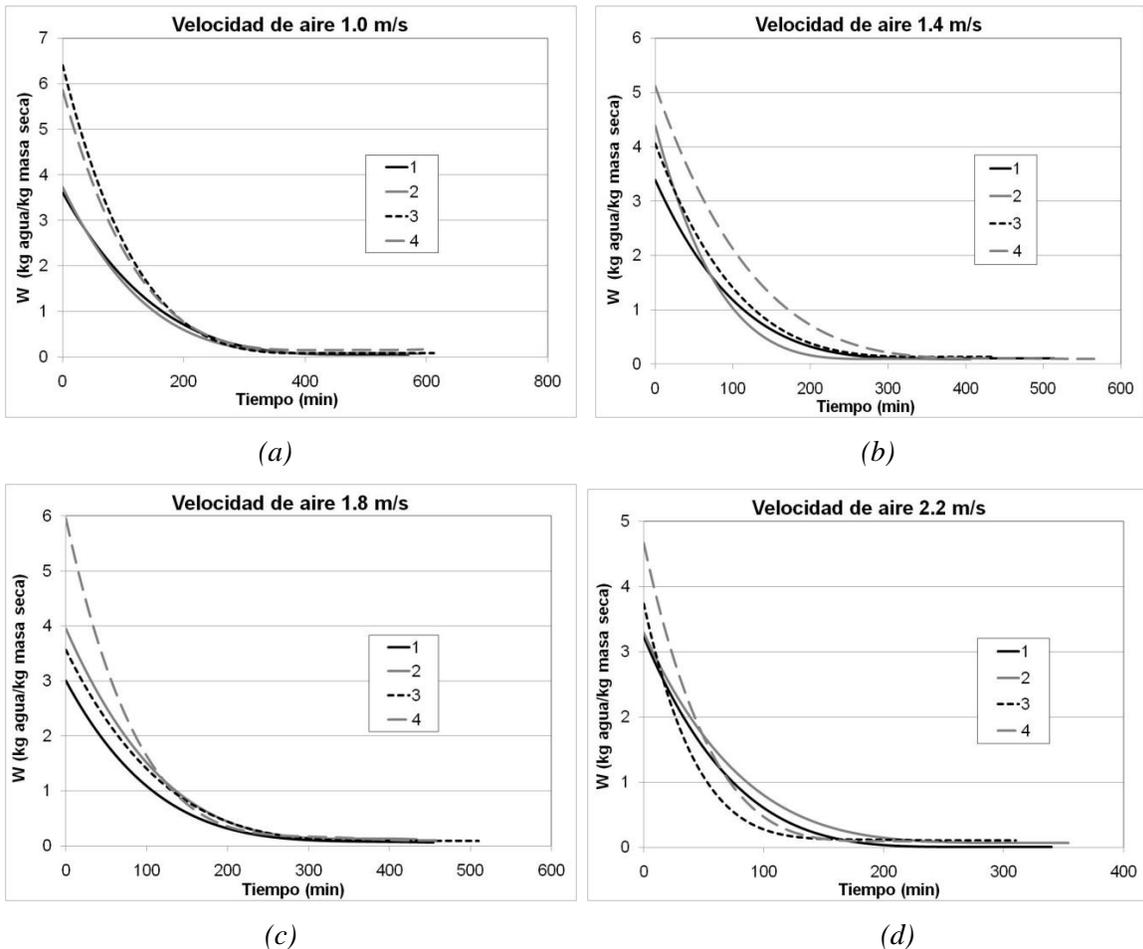


Figura 21. Contenido de humedad contra tiempo de las cuatro corridas a las velocidades de flujo de aire de (a) 1.0 m/s, (b) 1.4 m/s, (c) 1.8 m/s y (d) 2.2 m/s.

El contenido inicial de humedad de las muestras es heterogéneo como puede observarse claramente debido a las variaciones iniciales de humedad en el material, por tal motivo se estandarizan todas las curvas de secado. A 60°C y 30% de humedad relativa las muestras alcanzan un contenido de humedad de equilibrio de 0.03 kg de agua/kg de masa seca (McMinn & Magee, 2003).

Se determinó la rapidez de secado dW/dt para poder comparar las diferentes condiciones de secado. Los datos obtenidos de contenido de humedad y rapidez de secado, fueron estandarizadas mediante

RESULTADOS Y DISCUSIONES

la relación W/W_{\max} y $(dW/dt)/(dW/dt)_{\max}$ para obtener valores de 0 a 1 (Figura 22). Las gráficas obtenidas muestran un comportamiento semejante a la misma velocidad de flujo de aire, por lo que para la interpretación de los resultados, únicamente se considera un solo experimento representativo para las diferentes velocidades de aire.

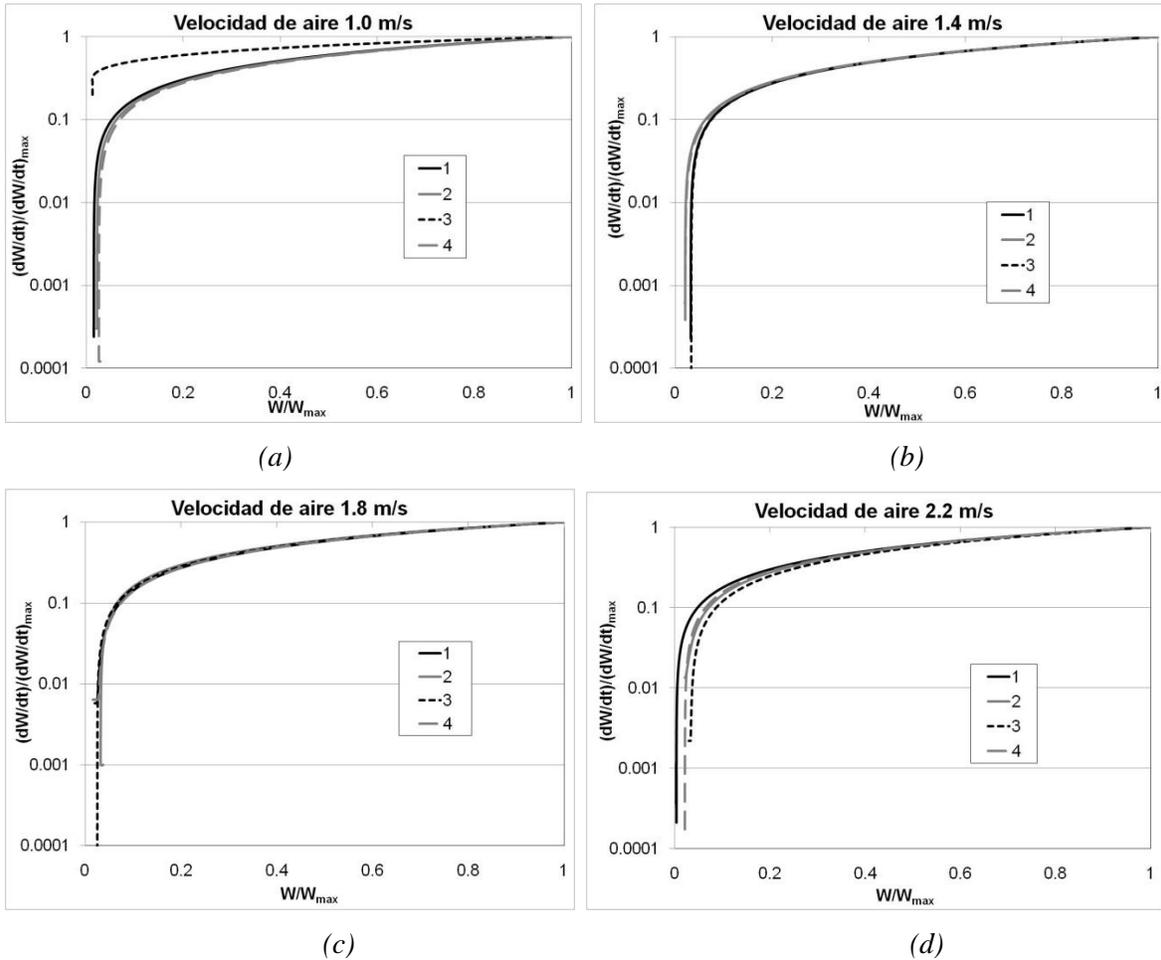


Figura 22. Rapidez de secado estandarizada contra contenido de humedad estandarizado de las cuatro corridas a las velocidades de flujo de aire de (a) 1.0 m/s, (b) 1.4 m/s, (c) 1.8 m/s y (d) 2.2 m/s.

6.1 Efecto de la velocidad del aire sobre el flujo de agua

La Figura 23 muestra la cinética de secado y la evolución térmica superficial comparando las cuatro velocidades de flujo de aire operadas. El efecto del incremento de la velocidad del aire puede observarse en la reducción del tiempo de secado, notándose que el equilibrio termodinámico se

RESULTADOS Y DISCUSIONES

alcanza a menor tiempo, siendo aproximadamente a 400, 300, 250 y 180 minutos a 1.0, 1.4, 1.8 y 2.2 m/s respectivamente.

La figura muestra claramente el efecto de la velocidad del aire sobre la evolución de la temperatura superficial del material, lo que corrobora la variación en el comportamiento de la interfase, y por ende, de los mecanismos de transporte que ocurren en el interior del material. Al aumentar la velocidad del aire, la temperatura superficial se incrementa de manera más marcada desde el inicio de la operación mostrando una pendiente cada vez más pronunciada, y puede observarse que a 1.0 m/s existen dos largos intervalos en los cuales la temperatura se mantiene casi constante.

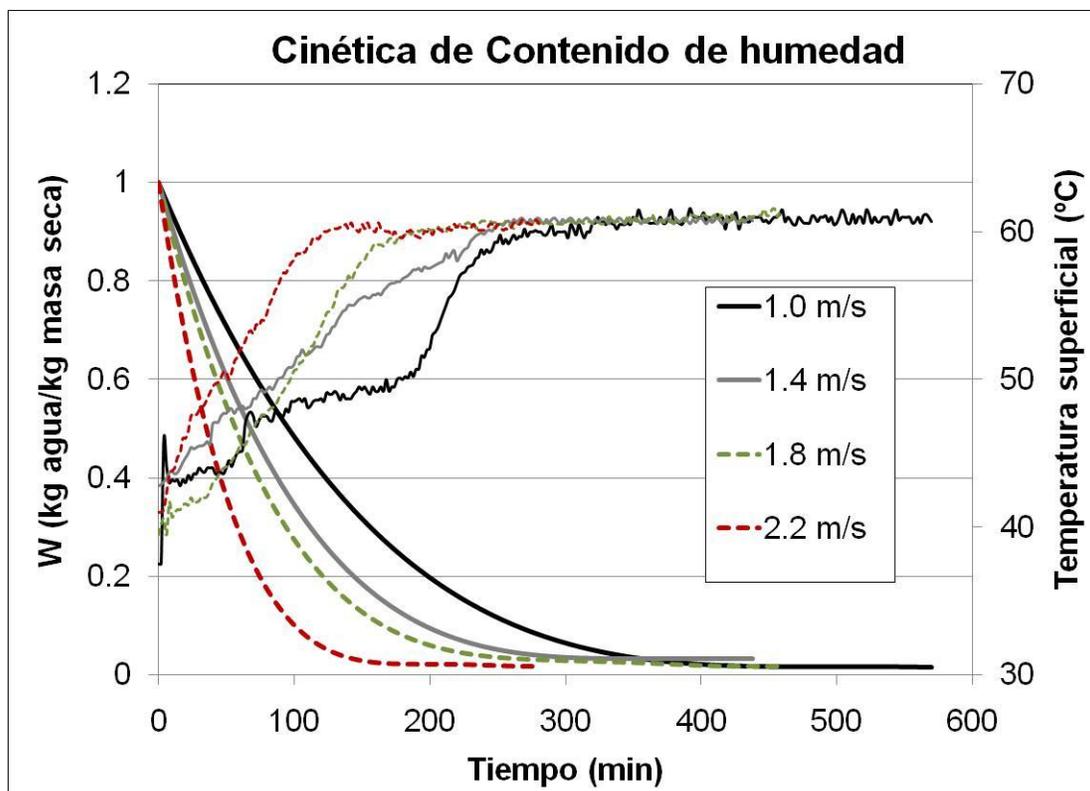


Figura 23. Cinética de Contenido de humedad y evolución térmica superficial a velocidad de flujo de aire de 1.0, 1.4, 1.8 y 2.2 m/s

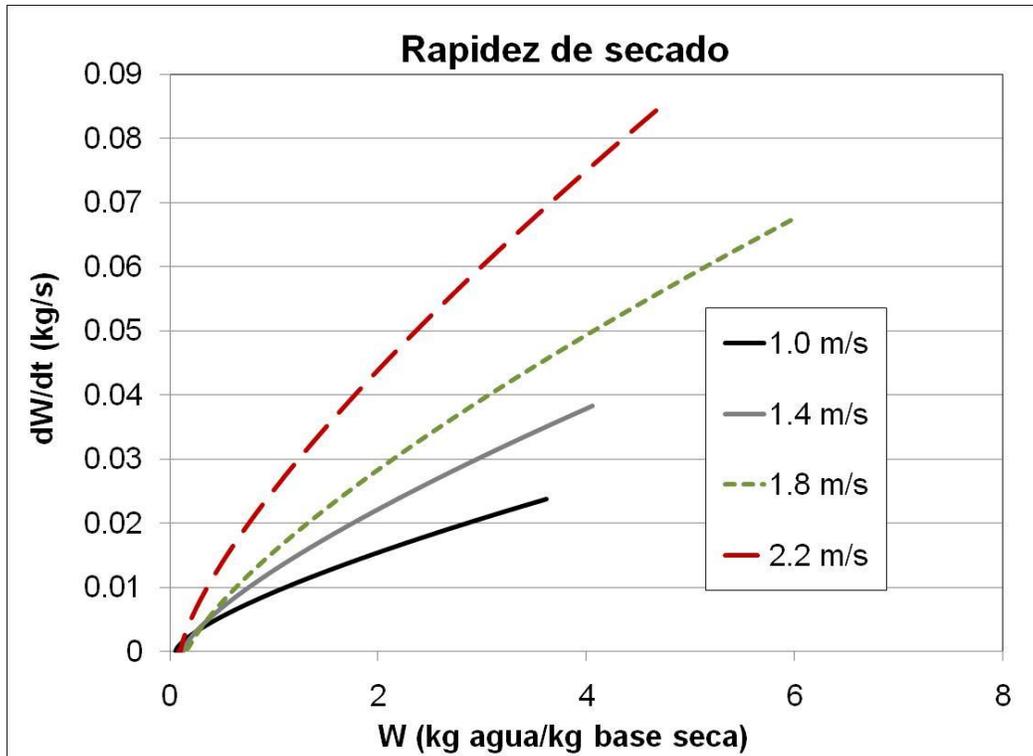


Figura 24. Efecto de la velocidad de flujo de aire sobre la rapidez de secado.

En la Figura 24 se muestra el efecto de la velocidad de flujo de aire sobre la rapidez de secado, la cual depende en los primeros minutos del contenido de humedad inicial y del tipo de material. Desde el inicio del proceso, la rapidez de secado decrece, ocasionando que el contenido de humedad crítico sea el valor inicial del material, el cual varía en todos los experimentos realizados, con un valor promedio de 4.57 kg agua/kg masa seca. La velocidad del aire tiene un efecto directamente proporcional a la pérdida de agua en el material, ya que se observa que a mayor velocidad del aire, la rapidez de secado se incrementa, lo cual puede explicarse debido a que los coeficientes de transferencia de masa y calor se incrementan y favorecen la eliminación del agua (Aversa, et al, 2007). Esto ha sido bien identificado en los primeros minutos del proceso, donde es más notable el efecto de la velocidad del aire. Este hecho puede demostrarse claramente cuando al aumentar en un 220% la velocidad del aire, W/W_{\max} , se reduce en un 56.35% después de 60 minutos iniciada la operación. Por otra parte, $(dW/dt)/(dW/dt)_{\max}$ a 1.0 m/s después e 60 minutos de operación, tiene un valor de 0.7369, el cual es alcanzado a los 21 minutos a 2.2 m/s.

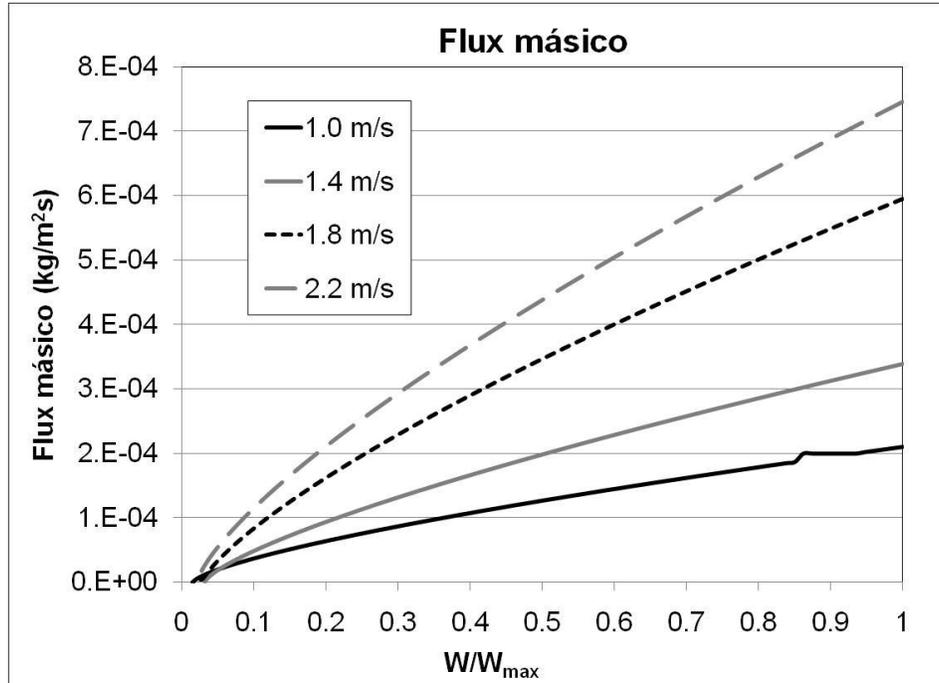


Figura 25. Efecto de la velocidad del aire sobre la variación del flujo másico con respecto al contenido de humedad.

La pérdida de agua por unidad de área se incrementa al aumentar la velocidad del aire (Figura 25). Para el cálculo del flux de masa, se despreció el efecto de la contracción superficial del material, considerando constante el área de intercambio de materia en todo el proceso. Estudios previos demostraron que la velocidad del aire está relacionada con la transferencia de calor por convección (Hassini et al., 2004), por lo que al aumentar el flujo del aire se provee mayor calor a la muestra, permitiendo el incremento de la temperatura superficial y favoreciendo la difusividad para la transferencia de masa, y por ende, incremento del flux de masa, lo cual pudo demostrarse experimentalmente.

Investigaciones realizadas por Mulet, et al. (1987), demostraron que a determinada temperatura del aire y geometría del material, existe una velocidad de flujo de aire, sobre la cual la rapidez de secado no se incrementa si el valor de la velocidad del aire es incrementado. A 60°C de temperatura de aire de secado, no fue posible identificar este punto, ya que al incrementar la velocidad del aire, se incrementó la rapidez de secado. Se ha reportado que el efecto de la velocidad del aire durante el secado de papa solo puede apreciarse en intervalos de flujo de aire de 7 000 a 10 000 $\text{kg/m}^2\text{h}$ (Rosello, et al., 1992), ya que a valores superiores, las resistencias externas no tienen influencia, y las resistencias internas son las que controlan el proceso, por lo que considera crítico este valor. El flujo de aire de operación fue de 3 528, 4 939, 6 350 y 7 761 $\text{kg/m}^2\text{h}$, para velocidades de aire de

1.0, 1.4, 1.8 y 2.2 m/s respectivamente. Sin embargo, los resultados encontrados a 60°C muestran que si es posible apreciar el efecto de la velocidad del aire, principalmente en las condiciones extremas, en las cuales hay una diferencia de 4 233 kg/m²h de flujo de aire, muy por debajo del valor reportado anteriormente.

6.2 Periodo de rapidez constante

El periodo de rapidez constante es de gran importancia durante el secado de los alimentos, ya que denota una eficiente transferencia de masa en el interior del material ocasionada por fuerzas capilares. La aparición del periodo de rapidez constante durante el secado de papa ha creado controversia en las diferentes investigaciones. Este periodo es comúnmente observado en materiales porosos bajo ciertas condiciones de proceso. Perré y May (2007) demostraron su existencia a bajas temperaturas y alta humedad relativa del aire. Sin embargo, su ausencia también ha sido reportada (Magee and Wilkinson, 1992; Zhao and Pulsen, 1988; Bimbenet, et al, 1985).

La Figura 26 muestra la existencia del periodo de rapidez constante (PRC) a 1.0 m/s, el cual es evidente en la evolución térmica superficial. Pues si la tasa de evaporación es constante en la superficie, entonces la temperatura se mantiene constante pues el calor necesario para evaporar esa masa de humedad es constante por unidad de superficie y de tiempo.

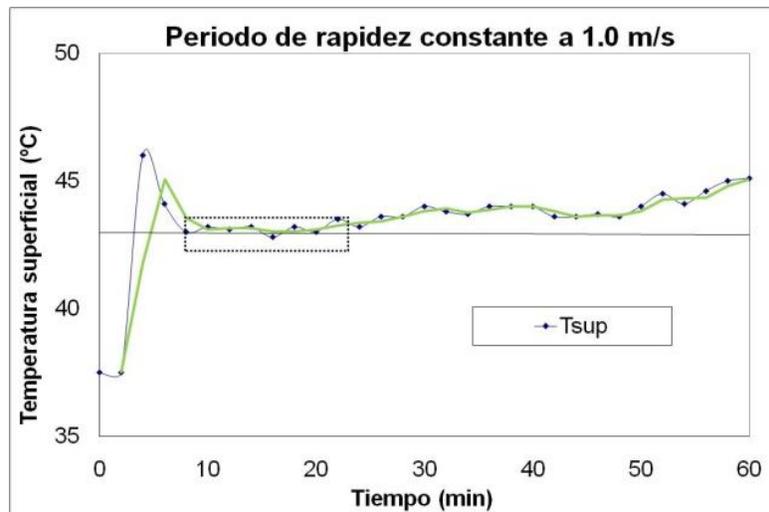


Figura 26. Evolución térmica superficial durante el periodo de rapidez constante a 1.0 m/s.

RESULTADOS Y DISCUSIONES

Durante este periodo la rapidez de transferencia de masa de la superficie a la atmósfera, es igual a la rapidez con la que el agua fluye del interior del material hacia la superficie que se mantiene húmeda y la temperatura superficial constante, permitiendo así, la identificación del PRC mediante la observación de la temperatura superficial. Este corto periodo apareció después de 10 minutos de operación y tuvo una duración aproximada de 12 minutos. A velocidades superiores no fue posible apreciar su aparición.

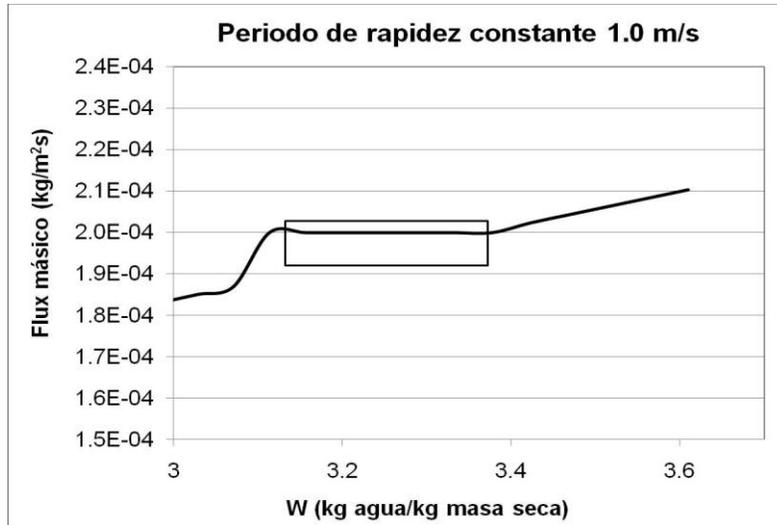


Figura 27. Flux másico contra contenido de humedad durante el periodo de rapidez constante a 1.0 m/s.

En el PRC, la velocidad de transferencia de masa se equilibra con la velocidad de transmisión de calor (Perry, 1992). Cuando el calor para evaporación se suministra a través de un gas caliente, se establece un equilibrio dinámico entre la velocidad de transmisión de calor al material y la velocidad de eliminación de vapor desde la superficie. La Figura 27 muestra el flux másico en función del contenido de humedad durante el PRC a 1.0 m/s, comprobando que permanece constante a $0.0002 \text{ kg/m}^2\text{s}$ durante 12 minutos después de 10 minutos de iniciada la operación. De esta manera pudo observarse que a menor velocidad de flujo de aire, es mayor la duración del periodo de rapidez constante. Para poder corroborar la existencia de este periodo en el secado de papa, se realizó una prueba experimental con una velocidad de aire menor a 0.6 m/s (Figura 28). El PRC nuevamente se hizo presente con una duración de 48 minutos después de 10 minutos de iniciado el proceso. Resultados reportados por Perré & May (2007), muestran la existencia del PRC con una duración de 4 horas, sin velocidad de flujo de aire.

RESULTADOS Y DISCUSIONES

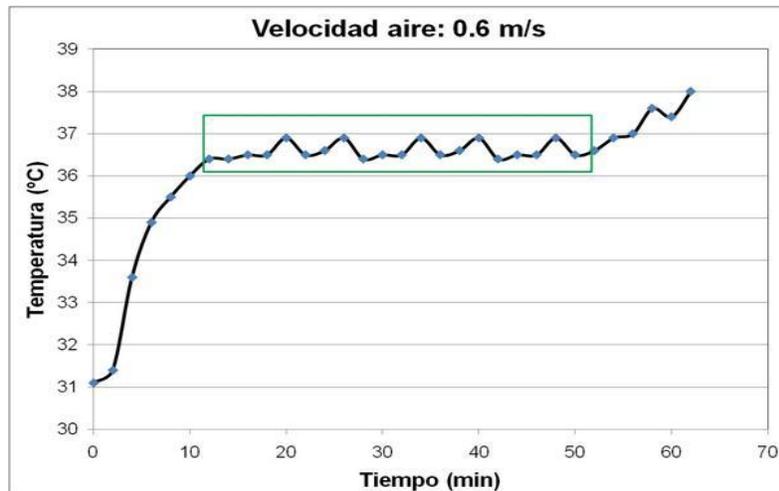


Figura 28. Evolución térmica superficial durante el periodo de rapidez constante a 0.6 m/s.

Durante el PRC, el movimiento del agua libre es más lento que en otros mecanismos, lo que ocasiona que las propiedades mecánicas pueden cambiar y provocar un efecto significativo en la calidad final, tal como se muestra en la Figura 29, en donde a 0.6 m/s, se desencadenaron reacciones que provocaron el obscurecimiento de las muestras a diferencia de las obtenidas a 2.2 m/s, las cuales muestran una coloración amarilla. El cambio de color y las reacciones que se llevan a cabo no son objeto de la presente investigación, sin embargo pueden atribuirse a varias razones.

Labuza (1972) sugiere bajar el contenido de humedad de la papa hasta un 50% en base húmeda para proteger al alimento del desarrollo de microorganismos, ya que en el alimento existen gradientes en el contenido interno de humedad y, debido a la movilidad del agua, se originan zonas con mayor humedad en donde el material es propenso al crecimiento microbiano antes de que alcance el contenido de humedad en equilibrio. En las pruebas experimentales realizadas para esta investigación a 1.0 m/s, la papa estuvo expuesta durante más de cuatro horas a un contenido de humedad superior al 50% propuesto por Labuza, por lo que se pudieron haber favorecido las reacciones microbianas que posiblemente hayan favorecido el cambio de color.

De igual manera, otro cambio que pudo haber afectado el color del material es el pardeamiento no enzimático, el cual provoca considerables pérdidas de proteínas biológicas, y es atribuido principalmente a la reacción de Maillard, la cual depende de la cantidad de azúcares reductores y aminoácidos en la superficie. Diferentes investigaciones, (Mitreá, et al., 2010; Mottram & Wedzicha (2002)., 2002; Pedreshi, 2007), han relacionado la reacción de Maillard con la formación de acrilamida, compuesto que produce coloraciones intensas en el material, principalmente cuando

RESULTADOS Y DISCUSIONES

se somete a freído. Sin embargo, durante el secado de papa por aire caliente, no se ha identificado aún la formación de acrilamida. Investigaciones realizadas por Krokida, Maraulis & Saravacos (2001) demostraron los efectos de los métodos de secado en el color de la papa seca, encontrando que durante el secado convencional por aire caliente, las muestras presentan una coloración dorada, reducción de la luminosidad, aumento en las tonalidades a^* y b^* (rojos y amarillos), lo cual ya había sido reportado por Morales y van Boekel, (1998) como los índices de la reacción de Maillard.

Por otro lado, reacciones enzimáticas también pudieron desarrollarse durante el secado de papa. La peroxidasa es una enzima con alta resistencia al calor, y no cualquier proceso de escaldado puede inactivarla. Bizzarri et al. (1981) obtuvieron la inactivación completa e irreversible por el método de blanqueo durante 4 minutos a 97°C . En nuestro caso, las condiciones de escaldado fueron a temperaturas inferiores y por menor tiempo, sin usar el método de blanqueo, por lo que es probable que el oscurecimiento se haya debido a la acción de la peroxidasa. Sin embargo, no puede confirmarse ninguno de los tres supuestos, debido a que no se realizaron las pruebas físicas o químicas que pudieran determinar estos parámetros.

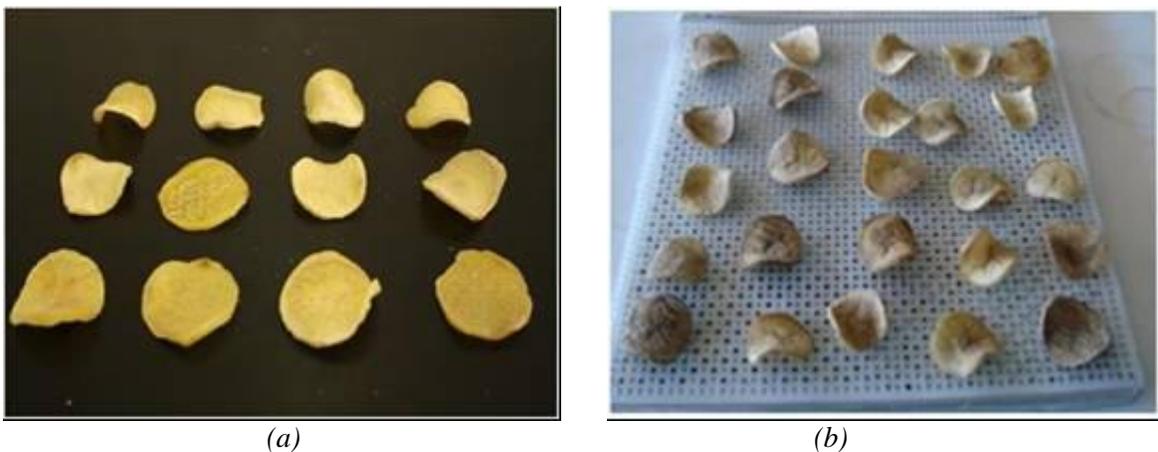


Figura 29. Muestras secas a velocidad de flujo de aire de 2.2 m/s (a) y a 0.6 m/s (b)

6.3 Coeficientes de transferencia de masa y calor

Los coeficientes de transferencia de masa y calor juegan un papel primordial durante el secado de papa, y principalmente durante el periodo de rapidez constante. La determinación del coeficiente de transferencia de masa a partir de los datos experimentales fue calculado a partir de la siguiente expresión (Perré & May, 2007):

RESULTADOS Y DISCUSIONES

$$J_A = \frac{h_c (T_\infty - T_s)}{C_l} \quad (7.1)$$

Donde J_A representa el flux másico ($\text{kg/m}^2\text{s}$), h_c es el coeficiente de transferencia de calor ($\text{W/m}^2\text{K}$); T_∞ es la temperatura del bulbo seco ($^\circ\text{C}$); T_s es la temperatura superficial de la rodaja de papa ($^\circ\text{C}$), y C_l es el calor latente de vaporización del agua (J/kg). Esta expresión demuestra que la energía suministrada a la muestra es usada como calor latente de evaporación, y que la diferencia de temperatura en la superficie del material es directamente proporcional al flux másico. Los resultados obtenidos del cálculo de los coeficientes de transferencia de calor (Tabla 7), reflejan el efecto de la velocidad del aire, ya que se incrementan al aumentar el flujo del aire. Estos valores dan explicación al incremento de la temperatura superficial al inicio del secado cuando se aumenta la velocidad del aire, ya que los coeficientes de transferencia de calor son favorecidos y permiten disminuir los gradientes de temperatura que impulsan la transferencia de calor. Investigaciones realizadas por Perré y May (2007), muestran valores de 29.5 y 45.9 $\text{W/m}^2\text{K}$, a velocidad del aire de 1.0 m/s y temperatura de 30 $^\circ\text{C}$ para muestras cilíndricas y esféricas, los cuales son muy cercanos a los obtenidos a partir de los datos experimentales.

Tabla 7. Coeficientes de transferencia de calor y masa a partir de datos experimentales a las diferentes velocidades de aire.

Velocidad del aire (m/s)	1.0	1.4	1.8	2.2
h_c ($\text{W/m}^2\text{K}$)	22.0355	27.1908	32.9764	38.7188
h_m (m/s)	0.0048696	0.0058880	0.00624021	0.0072383

El coeficiente de transferencia de masa fue calculado a partir de la ecuación

$$-\frac{dW}{dt} = h_m A (C_{vap} - C_{sup}) \quad (7.2)$$

Donde dW/dt es la rapidez de secado de la muestra en kg/s , h_m es el coeficiente de transferencia de masa en m/s ; A es el área de la superficie de la muestra (m^2); C_{vap} es la concentración del vapor en el medio de secado y C_{sup} es la concentración del vapor en la superficie del material. El valor obtenido de $A(C_{vap} - C_{sup})$ representa el gradiente de concentración en la interfase y aumenta al incrementarse la temperatura superficial. Este fenómeno origina que aumente la fuerza impulsora

que permite eliminar el agua del interior del material. Los valores obtenidos se muestran en la Tabla 7, donde se observa menor valor a 1.0 m/s y el mayor a 2.2 m/s, lo que nuevamente comprueba que la velocidad del aire favorece la transferencia de masa al incrementar los valores de los coeficientes.

6.4 Teoría de la capa límite

De acuerdo a Brakel y Heertjes (1978), en medios porosos, las velocidades de aire altas evitan la aparición del PRC debido a la reducción de la capa límite, lo cual permite mayor transferencia de calor y masa en la superficie. Se consideró la teoría de la capa límite para determinar el espesor de la interfase y el efecto de la velocidad del aire, corroborando los resultados de la investigación previa, los cuales se muestran en la Figura 30. El máximo valor de la capa límite hidrodinámica δ se encontró a 1.0 m/s con un valor de 0.00425 m, y conforme aumenta la velocidad del aire disminuye el espesor que llega a alcanzar valores de 0.0036 m, 0.00317 m y 0.00287 m a 1.4, 1.8 y 2.2 m/s. (Tabla 8).

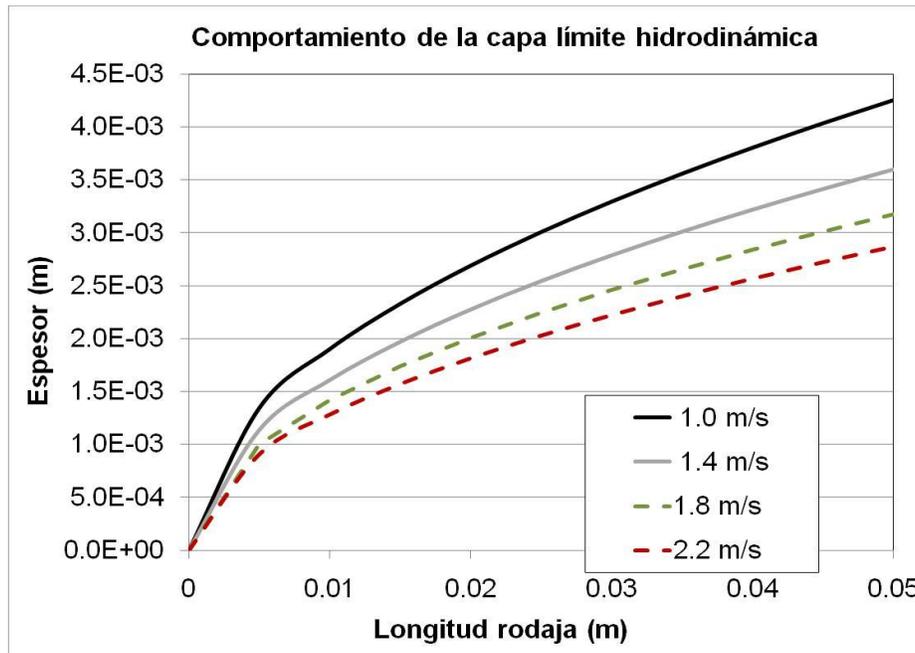


Figura 30. Comportamiento de la capa límite a diferentes velocidades de flujo de aire.

Los resultados muestran que el fluido tiene un comportamiento laminar en la capa límite hidrodinámica a las cuatro velocidades de aire con valores de Re iguales a 3453.49, 4834.88, 6216.28 y 7597.67 a 1.0, 1.4, 1.8 y 2.2 m/s. El fluido cumple la condición de velocidad cero sobre

RESULTADOS Y DISCUSIONES

la superficie del sólido y se desliza sin roce en la superficie exterior de la capa límite, lo que implica el comienzo de la capa límite. Como la perturbación y las fuerzas impuestas por el sólido van penetrando al fluido, el espesor de la capa aumenta en relación al desplazamiento en dirección x. Al aumentar el flujo del aire de secado, se incrementan las fuerzas de arrastre en la capa límite, lo que origina su encogimiento pues son promovidas por los efectos viscosos del fluido.

Tabla 8. Valores de espesor y retardo de la capa límite a diferentes velocidades de aire.

Velocidad del aire (m/s)	1.0	1.4	1.8	2.2
Espesor máximo de la capa límite hidrodinámica δ (m)	4.25e-3	3.60e-3	3.17e-3	2.87e-3
Espesor máximo de la capa límite térmica δ_T (m)	4.16e-3	3.52e-3	3.10e-3	2.81e-3
Espesor máximo de la capa límite de concentración δ_C (m)	4.22e-3	3.57e-3	3.15e-3	2.85e-3

Resultados similares se obtuvieron para las capas límite de temperatura y concentración, en donde a 1.0 m/s se obtuvieron los valores máximos de 0.00416 m de espesor para la capa límite térmica y de 0.00422 m para la capa límite de concentración (Tabla 8).

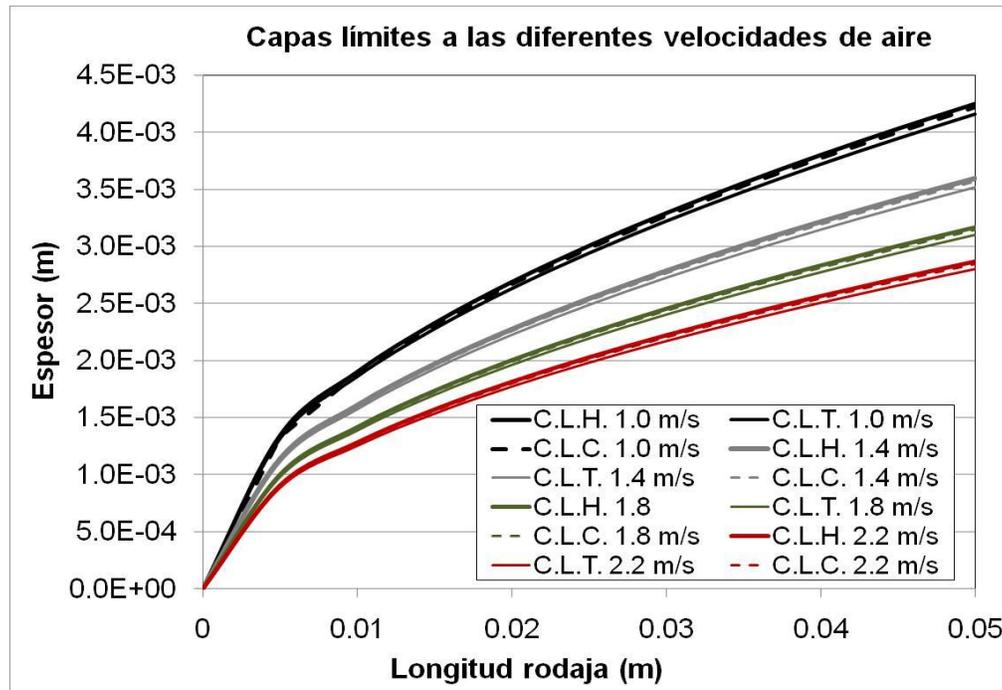


Figura 31. Comportamiento de las capas límites hidrodinámica, térmica y de concentración a velocidades de flujo de aire de 1.0, 1.4, 1.8 y 2.2 m/s.

RESULTADOS Y DISCUSIONES

La Figura 31 muestra las tres capas límite hidrodinámica, térmica y de concentración a las cuatro velocidades de aire de operación. En todos los casos el espesor de la capa límite aumenta al incrementar la longitud del material, sin que por ello se alcance a formar la capa límite turbulenta. Como puede apreciarse en el acercamiento realizado a 1.0 m/s, la capa hidrodinámica tiene un espesor mayor a la capa de concentración, y esta a la vez, es ligeramente mayor a la capa térmica. El mismo comportamiento se observa en todas las velocidades de aire. Aunque la diferencia es muy pequeña, se puede apreciar que las propiedades del material y del fluido ocasionan que exista una variación entre los espesores de las tres capas límite. Los valores para los números de Schmidt y Prandtl respectivamente son 1.02 y 1.07, y permiten demostrar que existe una pequeña diferencia entre el campo del movimiento y el campo de temperatura y concentración en la capa límite, indicando que la viscosidad cinemática se impone a la Difusividad entre especies y a la Difusividad térmica en mayor proporción. La transferencia de masa que se lleva a cabo en la superficie no es lo suficientemente grande para alterar los efectos viscosos ocasionados por el fluido próximo a la rodaja de papa. Sin embargo, es capaz de ocasionar alteraciones en los gradientes de temperatura, por lo que la capa límite térmica tiene menor espesor.

El coeficiente de transferencia de calor se calculó a partir del espesor de la capa límite térmica encontrando valores muy semejantes a los obtenidos a partir de los datos experimentales. La Tabla 9 presenta los valores de los coeficientes de transferencia de calor a las diferentes velocidades de aire. A menor velocidad de aire, se puede observar mayor concordancia entre el valor de los coeficientes obtenidos a partir de datos experimentales que los calculados con la teoría de la capa límite. Sin embargo, a medida que aumenta la velocidad del aire, la diferencia se hace mayor, lo cual se atribuye a que el comportamiento de la capa límite que es laminar, va acercándose a un comportamiento turbulento, y la transferencia de calor aumenta, por lo que las ecuaciones varían.

Tabla 9. Valores de los coeficientes de transferencia de masa y calor obtenidos a partir de la capa límite térmica y de concentración, y los obtenidos a partir de datos experimentales.

Velocidad del aire (m/s)	1.0	1.4	1.8	2.2
Coefficiente de transferencia de calor a partir de δ_T (W/m² K)	22.7906	26.9663	30.5769	33.8040
Coefficiente de transferencia de calor a partir de datos experimentales (W/m² K)	22.0355	27.1908	32.9764	38.7188
Coefficiente de transferencia de masa a partir de δ_C (m/s)	0.0047873	0.0056648	0.0064232	0.0071012
Coefficiente de transferencia de masa a partir de datos experimentales (m/s)	0.0048696	0.0058880	0.00624021	0.0072383

RESULTADOS Y DISCUSIONES

Los coeficientes de transferencia de masa también fueron calculados a partir del espesor de la capa límite de concentración observándose un incremento en su valor al aumentar la velocidad del aire, por lo que se comprueba que los coeficientes de transferencia de masa son favorecidos, y por tanto permiten mayor transferencia de masa en la capa límite de concentración sin que afecte la capa límite hidrodinámica. Los valores obtenidos son muy acertados a los obtenidos experimentalmente, por lo que se puede afirmar que la teoría de la capa límite puede aplicarse para predecir la transferencia de masa y calor convectivo durante el secado de papa.

6.5 Método de la curva característica

La Figura 32 muestra las cinéticas de secado obtenidas a partir de la expresión de W aplicando el método de la curva característica, a las cuatro velocidades de aire.

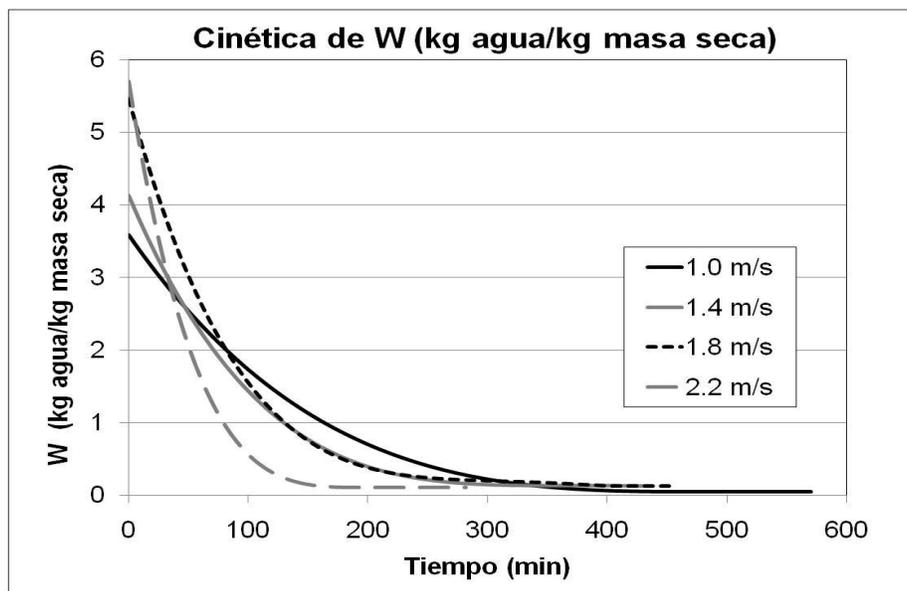


Figura 32. Efecto de la velocidad del aire en la cinética de W .

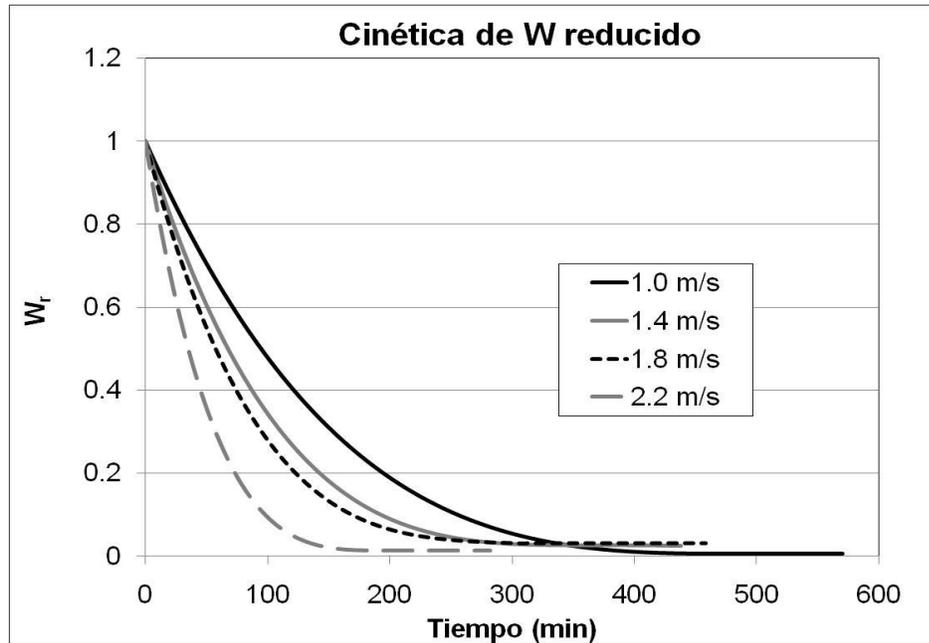


Figura 33. Efecto de la velocidad del aire en la cinética de W reducido.

Como las curvas son obtenidas a partir de los datos experimentales, puede notarse la variación del contenido de humedad al inicio del proceso. Las propiedades de la papa, ocasionan que durante el secado convectivo, el agua sea evacuada desde el inicio del proceso; luego entonces, el valor del contenido de humedad crítico es el más alto obtenido (Figura 32). La Figura 33 presenta la rapidez de secado reducida, la cual es conocida también como curva de secado característica.

Se incorporó la evolución térmica superficial del material a la curva de rapidez de secado reducida. La temperatura superficial puede explicar los mecanismos de transporte que se llevan a cabo en el secado de papa, ya que el comportamiento de la interfase varía en función de los fenómenos de transporte, lo que se refleja en la evolución térmica superficial del material. Por tal motivo, se determinaron las etapas de secado a partir del comportamiento de la temperatura superficial, estableciendo límites según la variación de la curva.

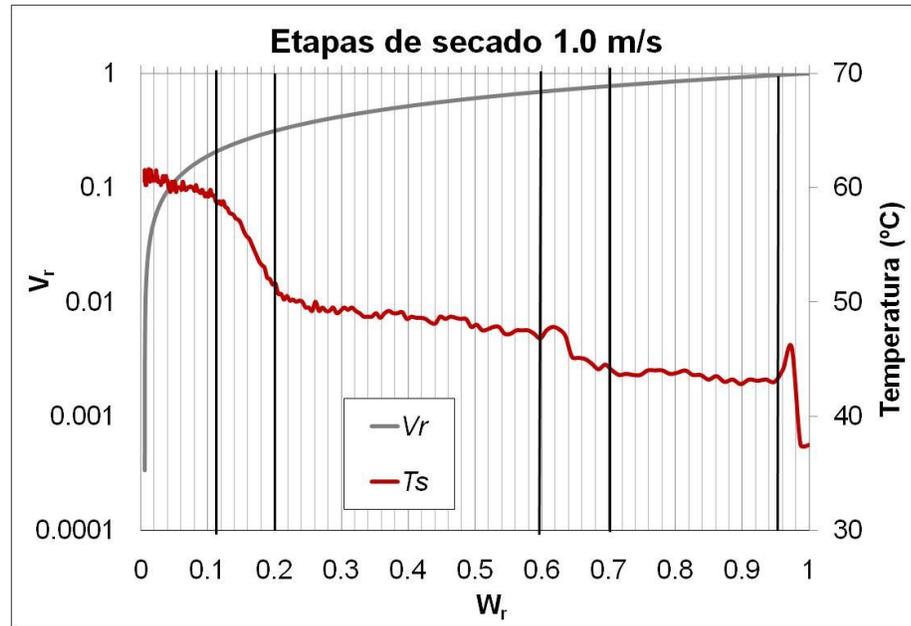


Figura 34. Determinación de las etapas de secado en la relación de $W_{reducido}$ y Velocidad reducida a 1.0 m/s.

Como se puede apreciar, existe una diferencia clara entre las evoluciones térmicas superficiales del material a las cuatro velocidades de aire (Figura 35). A 1.0 y 1.4 m/s pueden distinguirse 5 etapas de secado; y a 1.8 m/s y 2.2 solo se aprecian 3 etapas. A partir de las expresiones que describen el comportamiento matemático de la cinética (5.7, 5.8 y 5.9), es posible determinar la cinética de la curva a cada etapa de secado.

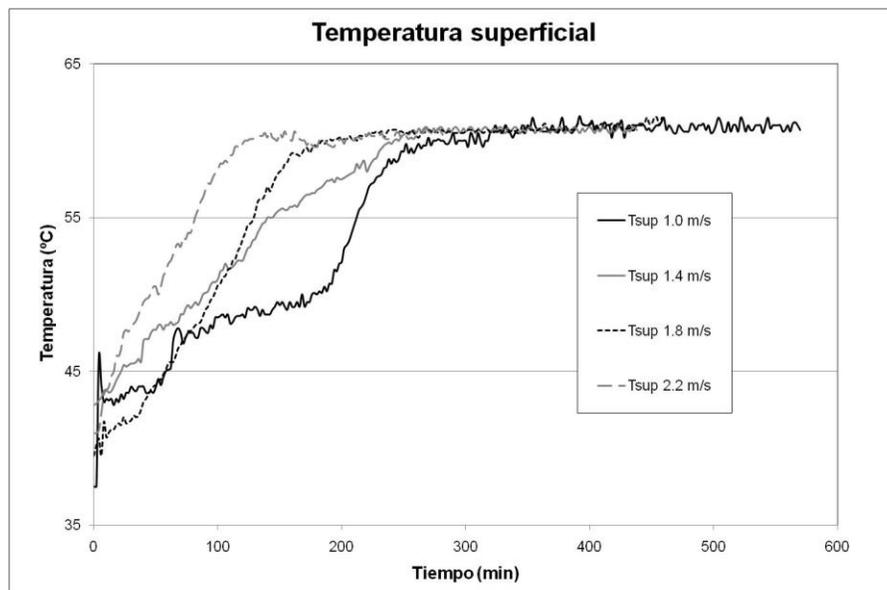


Figura 35. Evolución térmica superficial a las cuatro velocidades de aire operadas.

RESULTADOS Y DISCUSIONES

La Figura 34, representa la función $f(W_r)$ a 1.0 m/s. En la gráfica se distinguen 5 etapas de secado, las cuales muestran límites en el contenido de humedad reducido a: $W_{r1}=0.7$, $W_{r2}= 0.6$, $W_{r3}= 0.2$ y $W_{r4}= 0.04$. Los primeros minutos de la operación fueron despreciados debido a la adaptación del material al medio. La primera etapa de la curva muestra un comportamiento lineal. Aunque el periodo de rapidez constante haya durado solo unos minutos, la interfase se encuentra lo suficientemente húmeda para permitir que la temperatura superficial muestre una mínima variación. Los mecanismos de capilaridad al interior del material y de difusividad en la interfase, así como la transferencia de calor por convección gobiernan al sistema. Esta etapa se encuentra limitada por 0 hasta W_{r1} . La tercera y última etapa identificadas, muestran un comportamiento lineal semejante. Sin embargo, en la segunda y cuarta etapa, se observa un incremento en la temperatura superficial, la cual tiene una duración mucho menor y la curva se ajusta a una función exponencial, cuyo dominio se encuentra entre los valores de W_r de las etapas lineales. En la segunda etapa se aprecia un incremento en la temperatura superficial la cual es explicada por un encogimiento superficial del material, lo que origina la reducción de poros en esta zona y la resistencia al flujo de agua, motivo por el cual la rapidez de evaporación total disminuye y se incrementa la conductividad en el material. El volumen decrece linealmente con el contenido de humedad (Wang & Brennan, 1995). La tercera etapa de secado muestra un periodo con muy poca variación en la temperatura superficial. En esta etapa, la difusión de vapor de agua se da en el interior del sólido y la rapidez de secado es gobernada por la rapidez del movimiento interno de humedad. El agua evaporada fluye hacia la interfase, mediante mecanismos de difusión. La humedad se mantiene en los capilares más finos y puede migrar por ascensión a lo largo de las paredes capilares. A partir de esta etapa, las propiedades del material son las que rigen al sistema y la conductividad térmica es determinante en la transmisión del calor. En la cuarta etapa se muestra un incremento notable en la temperatura superficial. La contracción se lleva a cabo en el interior del material y el vapor de agua es desplazado por el aire del medio. En la última etapa la temperatura superficial alcanza la del bulbo seco (60°C) y el material se encuentra totalmente seco en la superficie. La cantidad de energía requerida para evaporar el agua ligada en la última etapa, es muy grande, por lo cual el material tiende al equilibrio. Los mecanismos de transferencia de calor son regidos por conducción.

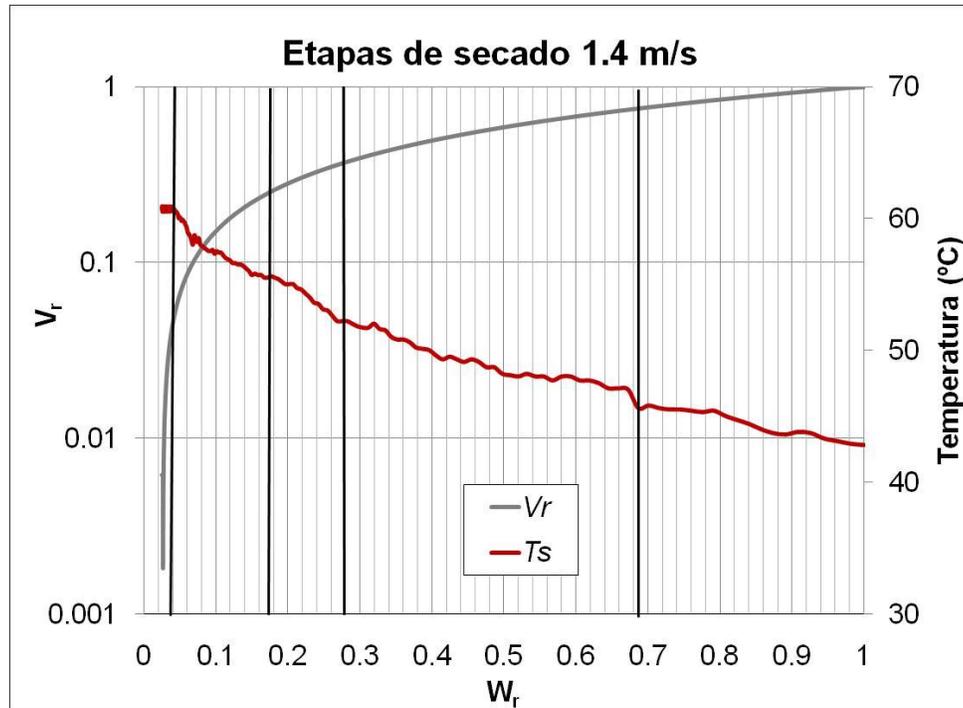


Figura 36. Determinación de las etapas de secado en la relación de CH reducido y Velocidad reducida a 1.4 m/s.

A velocidad de flujo de aire de 1.4 m/s (Figura 36), las 5 etapas distinguidas se encuentran limitadas por los valores de contenido de humedad reducido a: $W_{r1}=0.68$, $W_{r2}= 0.27$, $W_{r3}= 0.17$ y $W_{r4}= 0.04$. La primera y tercera etapa muestran un comportamiento exponencial, y es notorio el incremento de la temperatura superficial en ambos casos. Estudios realizados por Yadollahinia y Jahangiri (2009), mostraron que la rapidez del secado al inicio del proceso es afectado por la velocidad del aire, especialmente a temperatura alta, la cual implica disminución de la interfase, por lo que a 1.4 m/s la temperatura superficial aumenta desde el inicio del proceso, e impide la aparición del periodo de rapidez constante. En la primera etapa, la evaporación del agua del material hacia el medio, es mayor al flujo capilar del interior a la interfase, y el coeficiente de transferencia de calor facilita la evaporación del agua de la superficie. En esta etapa los mecanismos de transferencia de calor por convección y el flujo capilar en el interior son los que gobiernan el sistema. La segunda etapa muestra un comportamiento lineal establecido por los límites de W_r exponencial, y cuya duración es la más larga del proceso. La temperatura superficial se incrementa 5°C en un lapso de 80 minutos, lo que origina una pendiente no muy marcada. En esta etapa, se termina de eliminar el agua libre en el interior del material y la superficie presenta el fenómeno de encogimiento. La transferencia de calor por convección y la pérdida de agua por capilaridad rigen el sistema. La tercera etapa muestra un incremento en la pendiente de la curva de temperatura superficial de 3°C en 36 minutos, lo que

RESULTADOS Y DISCUSIONES

explica mayor incremento de energía de vaporización para eliminar el agua que se encuentra adherida a los poros capilares. A partir de esta etapa, las condiciones internas son las que gobiernan los fenómenos de transporte, los cuales se llevan a cabo por conducción de calor y Difusividad de agua. La cuarta y quinta etapa son ajustadas a una función lineal. A pesar de mostrar comportamientos semejantes, en la cuarta etapa la temperatura superficial refleja el mayor incremento durante la operación de 5°C en un intervalo de 90 minutos. En esta etapa, el encogimiento y deformación interna del material origina la reducción de poros, por lo que la pérdida de humedad por difusión necesita valores mayores de calor latente de vaporización. En esta etapa, la conductividad térmica del material es fundamental para facilitar la eliminación del agua ligada, y al final de la etapa, la superficie del material se encuentra totalmente seca. La última etapa se caracteriza porque la temperatura superficial se mantiene constante en el valor del bulbo seco (60°C), y el material tiende al equilibrio termodinámico. En esta etapa, el material eliminó toda el agua ligada.

A 1.8 m/s (Figura 37), se identificaron 3 etapas, las cuales son limitadas por valores del contenido de humedad reducido: $W_{r1}= 1.8$ y $W_{r2}=0.1$. La primera etapa se ajusta a una función exponencial, donde la temperatura superficial muestra un incremento de 4°C en 44 minutos de iniciada la operación. En esta etapa las condiciones externas gobiernan al sistema y predomina la transferencia de calor por convección. Los mecanismos de transferencia de masa que se llevan a cabo son por capilaridad en el interior del material y por difusión de la superficie al medio. Existe encogimiento en los poros superficiales, originando la contracción. La rapidez de evaporación es mayor en la superficie a la rapidez de evacuación del interior a la superficie. La segunda y tercera etapa se ajustaron a una función lineal. La segunda etapa es la más larga del proceso. En ella, se elimina el agua ligada que se encuentra en los poros del material. Existe encogimiento en el interior del material, lo que origina la reducción de poros, por lo que se requiere mayor energía de vaporización. En esta etapa, las propiedades del material son las que rigen el sistema, y la transferencia de calor se lleva a cabo por conducción y la de masa por difusión. En la tercera etapa el material alcanza el equilibrio termodinámico.

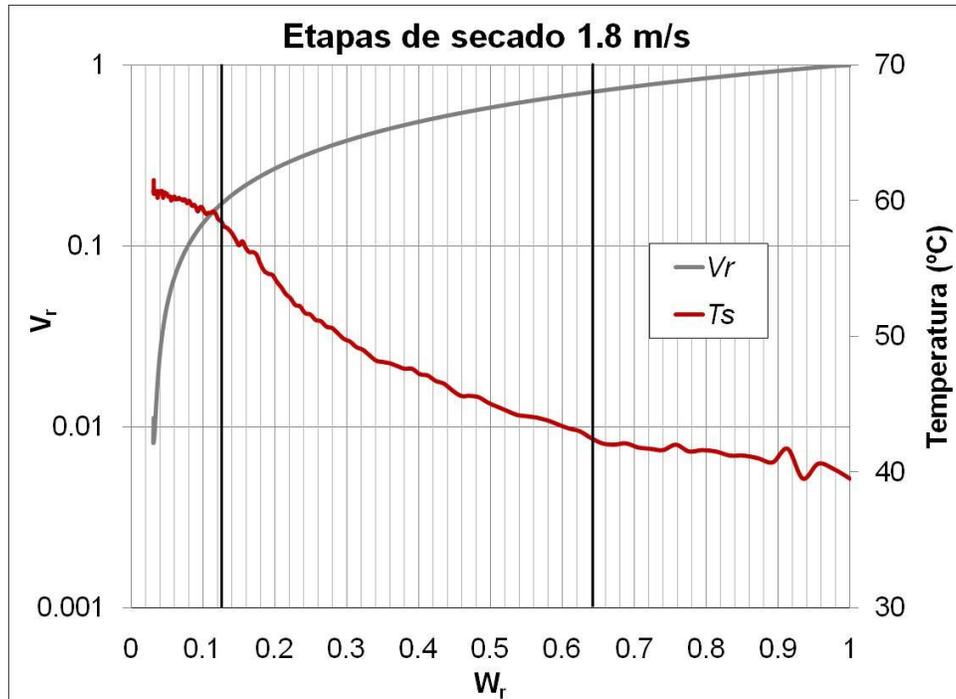


Figura 37. Determinación de las etapas de secado en la relación de W reducido y Velocidad reducida a 1.8 m/s.

A velocidad de flujo de aire de 2.2 m/s (Figura 38), las etapas de secado son limitadas por valores de $W_{r1}=0.58$ y $W_{r2}=0.04$. La primera etapa se ajusta a una función exponencial y el incremento de temperatura superficial es notable desde el inicio del proceso. La segunda y tercera etapa se ajustan a funciones lineales. En la primera etapa, la superficie inicial de evaporación es remplazada gradualmente por un frente de evaporación que retrocede hasta el interior del sólido y se puede hacer notar el efecto de contracción. El predominio de la velocidad del aire se da por difusión de agua el cual llega a ser el factor más importante (Babalís et al., 2006). En la segunda etapa, el agua del interior del material requiere de mayor energía de vaporización para poder ser eliminada, por lo que es la etapa más larga. Los mecanismos de transporte de masa en el interior del material y en la superficie se dan por difusión y predominan los mecanismos de transferencia de calor por conducción, por lo que la conductividad térmica del material juega un papel fundamental en la eliminación del agua ligada. El aire desplaza los espacios que abandona el agua, lo que origina el incremento de la temperatura interna y la deformación del material. Campos-Mendiola et al. (2007), encontraron que la deformación en la superficie tiene un comportamiento similar a la de las paredes y que son debidos a fenómenos similares. En la última etapa, la temperatura superficial alcanza la del bulbo seco por lo que se mantiene constante y el contenido de humedad alcanza el equilibrio.

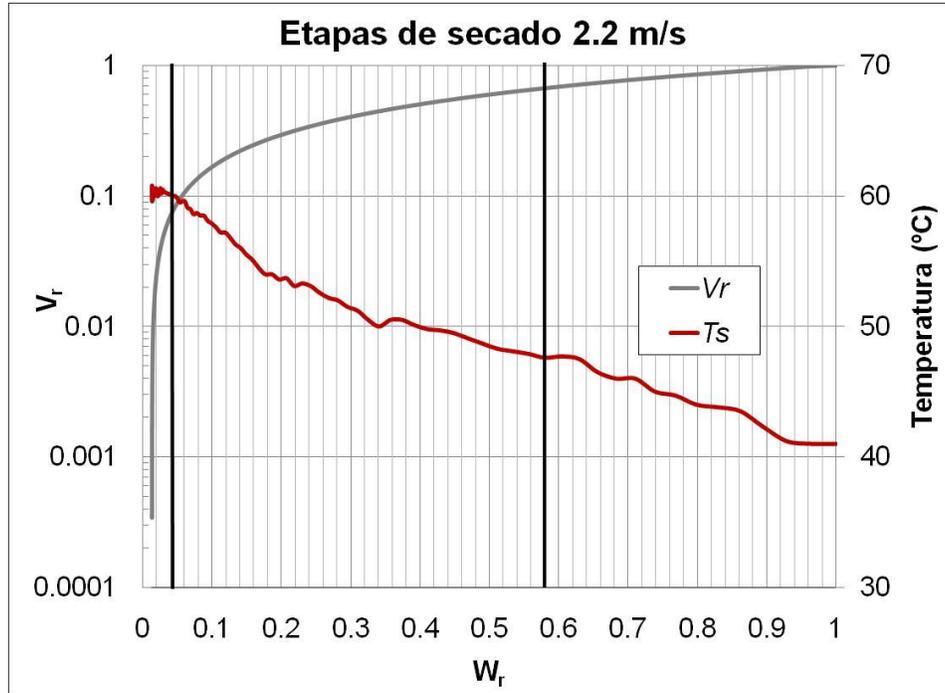


Figura 38. Determinación de las etapas de secado en la relación de W reducido y Velocidad reducida a 2.2 m/s

La Tabla 10 resume los resultados obtenidos sobre la función que representa cada etapa y los valores de contenido de humedad reducido inicial. Existe una diferencia entre las velocidades extremas, que reducen de 5 a 3 las etapas de secado. El comportamiento de las curvas varía entre 1.0 y 1.4 m/s, aunque en las dos velocidades se hayan distinguido 5 etapas de secado. Con respecto a 1.8 y 2.2 m/s se presenta el mismo comportamiento y etapas en la curva, sin embargo, puede observarse un desplazamiento al iniciar el segundo periodo de rapidez decreciente. Los datos mostrados permite identificar las diferentes etapas de secado, siendo que a 1.0 m/s se puede distinguir un periodo de rapidez constante con en el intervalo de W_r de 1.0 a 0.7. El primer periodo de rapidez decreciente, se puede expresar en el rango de W_r entre 0.7 y 0.2 a 1.0 m/s; de 1.0 a 0.27 a 1.4 m/s; de 1.0 a 0.1 a 1.8 m/s, y de 1.0 a 0.04 a 2.2 m/s. Resultados mostrados por Rosello, et al, (1992) distinguen este periodo de rapidez decreciente en un intervalo de 0.7 a 0.2 en contenido de humedad adimensional, mostrando una estrecha similitud con los obtenidos en esta investigación

RESULTADOS Y DISCUSIONES

Tabla 10. Comportamiento de los periodos de secado identificados a partir de la evolución térmica superficial del material y valores del contenido de humedad reducido inicial para cada fase a diferentes velocidades de aire: 1.0, 1.4, 1.8 y 2.2 m/s.

Velocidad del aire: 1.0 m/s. 5 etapas de secado					
Etapa	1	2	3	4	5
Comportamiento	Lineal	Exponencial	Lineal	Exponencial	Lineal
Contenido de humedad reducido (W_r)	1.0	0.7	0.6	0.2	0.11
Velocidad del aire: 1.4 m/s. 5 etapas de secado					
Comportamiento	Exponencial	Lineal	Exponencial	Lineal	Lineal
Contenido de humedad reducido (W_r)	1.0	0.68	0.27	0.17	0.04
Velocidad del aire: 1.8 m/s. 3 etapas de secado					
Comportamiento	Exponencial	Lineal	Lineal		
Contenido de humedad reducido (W_r)	1.0	0.6	0.1		
Velocidad del aire: 2.2 m/s. 3 etapas de secado					
Comportamiento	Exponencial	Lineal	Lineal		
Contenido de humedad reducido (W_r)	1.0	0.58	0.04		

La Tabla 11 muestra los valores de los parámetros del método DCC a las diferentes velocidades de secado.

Tabla 11. Parámetros del método para cada fase a diferentes velocidades de aire: 1.0, 1.4, 1.8 y 2.2 m/s.

VELOCIDAD 1.0 m/s				VELOCIDAD 1.4 m/s				VELOCIDAD 1.8 m/s				VELOCIDAD 2.2 m/s			
ETAPAS	PARAMETRO	VALOR	SUMA DE ERRORES	ETAPAS	PARAMETRO	VALOR	SUMA DE ERRORES	ETAPAS	PARAMETRO	VALOR	SUMA DE ERRORES	ETAPAS	PARAMETRO	VALOR	SUMA DE ERRORES
LINEAL	a1	0.3953	2.46E-07	EXP	c1	0.5545	1.47E-04	EXP	c1	0.5527	6.64E-04	EXP	c1	0.5358	5.38E-04
	b1	0.9558			d1	0.5545			d1	0.5527			d1	0.5405	
EXP	c1	0.7682	4.22E-07	LINEAL	a1	0.9193	2.30E-03	LINEAL	a1	1.1007	5.80E-03	LINEAL	a1	1.1545	5.38E-04
	d1	0.2395			b1	0.1182			b1	0.0414			b1	0.0474	
LINEAL	a2	0.2098	4.80E-03	EXP	c2	0.2993	2.42E-03	LINEAL	a2	2.5792	1.74E-01	LINEAL	a2	3.2240	3.82E-02
	b2	1.3806			d2	0.1290			b2	-0.0803			b2	-0.0426	
EXP	c2	1.0376	1.98E-03	LINEAL	a2	1.6742	5.22E-03								
	d2	0.1034			b2	-0.0167									
LINEAL	a3	2.5602	1.74E-01	LINEAL	a3	3.1418	3.81E-02								
	b3	-0.0154			b3	-0.0779									
TOTAL			1.81E-01	TOTAL			4.81E-02	TOTAL			1.80E-01	TOTAL			3.92E-02

A partir de la ecuaciones obtenidas del método de DCC se determinaron las cinéticas de pérdida de contenido de humedad en función del tiempo durante el secado convectivo de papa. La Figura 39 muestra las cinéticas experimentales contra las del modelo a las diferentes velocidades de operación. Se calculó el coeficiente de correlación R^2 para las cinéticas dando un valor de 0.9999. Como este valor no es representativo para explicar la similitud entre ambas cinéticas, se consideró

RESULTADOS Y DISCUSIONES

la suma total del error cuadrado, lo que representa la diferencia en kg de agua/kg de masa seca. El modelo reproduce satisfactoriamente las curvas experimentales, con un máximo error de 0.18 kg de agua/kg de masa seca a velocidad de 1.0 m/s; 0.048 kg de agua/kg de masa seca para 1.4 m/s; 0.18 kg de agua/kg de masa seca para 1.8 m/s, y 0.039 kg de agua/kg de masa seca para 2.2 m/s.

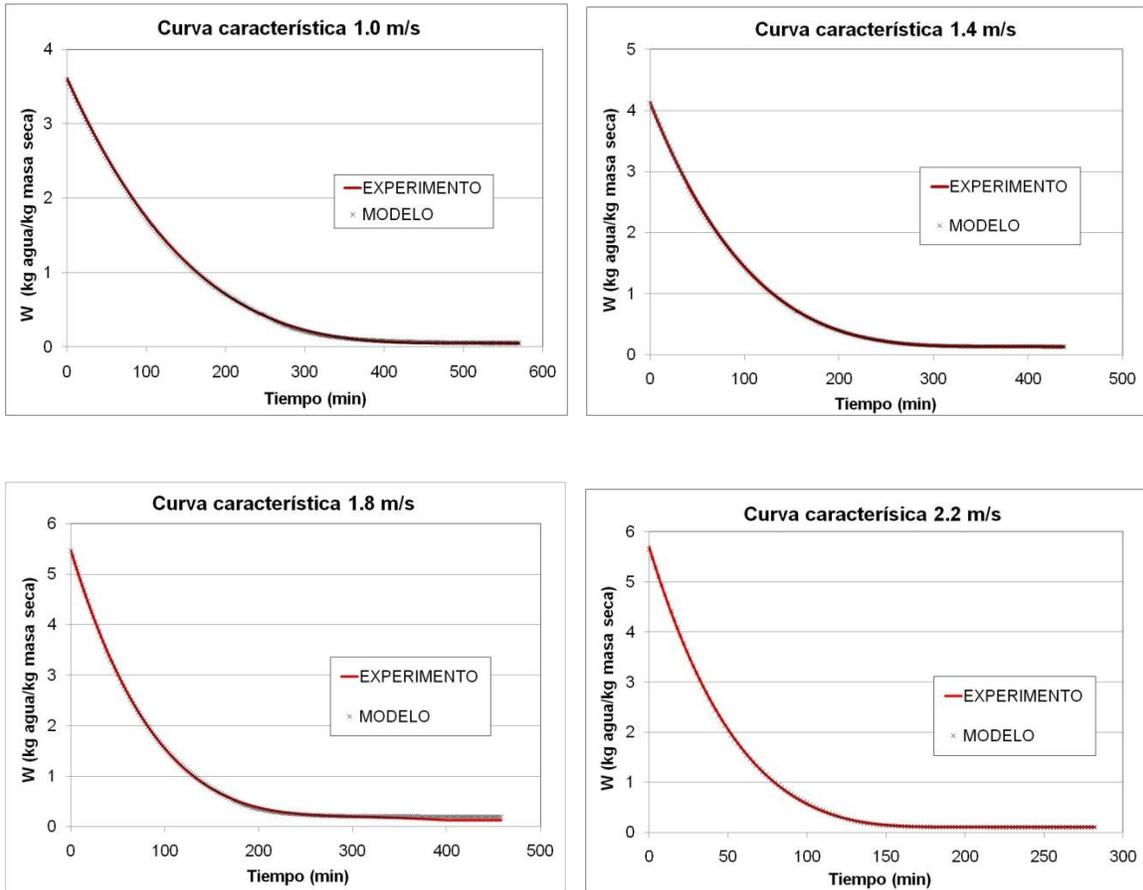


Figura 39. Cinéticas de secado del modelo vs. experimental a velocidad de flujo de aire de 1.0, 1.4, 1.8 y 2.2 m/s

6.6 Modelo matemático multifísico

En esta sección presentamos el modelo matemático multifísico. Debido a la complejidad del modelo matemático, únicamente se obtuvieron de forma empírica las cinéticas de secado en las condiciones extremas de 1.0 y 2.2 m/s. La simulación expresa el comportamiento de la evolución térmica y el contenido de humedad promedio. Para ambos casos, el modelo se ajustó a las mismas condiciones

RESULTADOS Y DISCUSIONES

iniciales de temperatura de la muestra, la cual fue considerada como temperatura ambiente a 25°C, y la del secador a 60°C con 30% de humedad relativa.

La Figura 40 representa los resultados obtenidos del modelo y experimentales a 1.0 m/s. Como puede observarse, existe una marcada diferencia en las curvas del contenido de humedad. La pérdida de humedad durante el secado guarda una estrecha relación con la evolución térmica y claramente puede observarse en los datos experimentales y en el modelo matemático. La curva del contenido de humedad experimental es más suave que la obtenida por el modelo matemático.

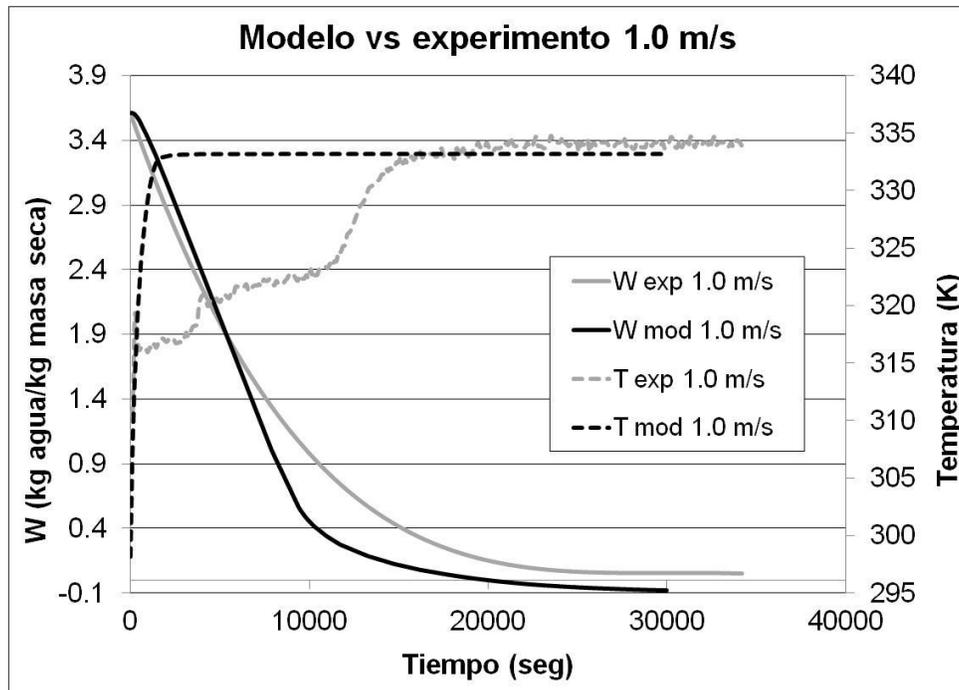


Figura 40. Cinética de secado y evolución térmica experimental y del modelo a 1.0 m/s

Las curvas del contenido de humedad reflejan una similitud hasta 1.7 kg agua/kg de masa seca a partir de donde se observa una diferencia con el modelo. Sin embargo, si se observa el perfil parabólico del contenido de humedad en el interior del material en el extremo izquierdo, puede demostrarse que empiezan a notarse los gradientes internos de humedad (Figura 41), por lo que se supone, que a partir de este punto, las condiciones internas del material son las que gobiernan al sistema. Sin embargo, este punto se aleja todavía del punto de humedad en equilibrio obtenido de las isotermas de sorción que muestran valores de 0.385 kg de agua/kg de masa seca. Esta variación puede atribuirse en primera instancia a que la isoterma fue obtenida de investigaciones realizadas (Chen, 2006), y no evaluadas experimentalmente. A pesar de que la isoterma fue

RESULTADOS Y DISCUSIONES

ampliamente estudiada y propuesta para condiciones semejantes a las operadas en este trabajo, existen variaciones en las propiedades del material que no fueron consideradas, como la especie.

Por otra parte, el efecto principal sobre esta variación se atribuye al hecho de que el modelo no considera el efecto de la contracción. Se sabe que a partir de la segunda etapa del proceso, las condiciones internas que engloban la estructura y geometría del material son las que provocan la movilidad en el sistema. La mayoría de las propiedades del material, son una función del contenido de humedad y temperatura locales, por lo que al cambiar la estructura del material por el efecto del encogimiento, las propiedades que lo describen deben de cambiar también. Investigaciones realizadas por Wang & Brennan (1995), demostraron este efecto, donde afirman que el encogimiento del material durante el secado de papa no puede ser despreciado, ya que la curva del contenido de humedad simulada tuvo valores más altos cuando no fue considerado el encogimiento, lo cual se explica porque el grosor del material disminuye, originando una menor distancia para la Difusividad de la humedad interna.

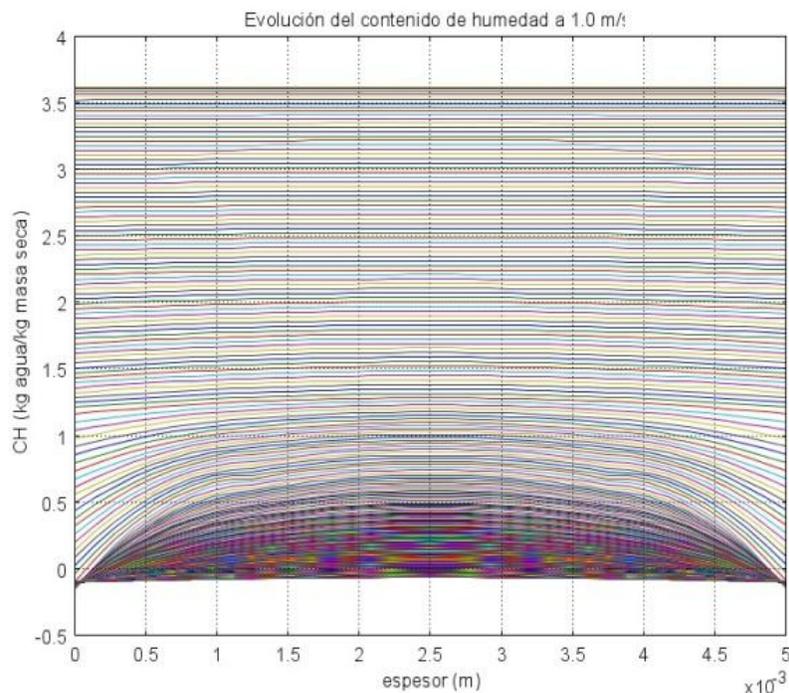


Figura 41. Perfil del contenido de humedad al final del secado en la cara lateral izquierda a 1.0 m/s

El cambio de volumen durante el secado de papa no es fácil de predecir, ya que además de la contracción, el aire que ingresa al material causa un cambio en el volumen. Wang y Brennan (1996)

RESULTADOS Y DISCUSIONES

demonstraron que el volumen se redujo con una relación casi lineal a la disminución del contenido de humedad, por lo que el encogimiento afecta las propiedades físicas del material, principalmente la porosidad y la densidad.

Por otra parte, estudios realizados por Campos-Mendiola, et al., (2007), demostraron que la deformación del material causa colapsos en las paredes extracelulares e intracelulares en el material, afectando el contenido de humedad. De la misma manera, Khalloufi et al., (2009), proponen un modelo para predecir la porosidad en función de la contracción y del colapso del material, el cual describe satisfactoriamente los cambios de la estructura del material durante el secado y sugieren que deben ser considerados para el describir los fenómenos de transporte durante el proceso.

La papa es un material poroso, y como tal, está constituido por agua libre, agua ligada y vapor de agua. Sin embargo, debido a la falta de información en la bibliografía de los parámetros que describen el comportamiento del agua ligada, no fue considerada para el modelo matemático, por lo que forma parte del agua libre. Tal situación origina perturbaciones en la transición de la zona capilar e higroscópica del material, ya que requiere mayor energía de activación para la eliminación del agua ligada y que afecta el comportamiento de variables como la presión y densidad en el interior del material, ocasionando desviaciones de los resultados obtenidos experimentalmente.

La evolución térmica simulada se aleja mucho de la determinada experimentalmente. El incremento de la evolución térmica experimental es menor que la obtenida en el modelo, hasta el punto en el que la temperatura de la superficie se iguala a la del aire de secado después de 394 minutos de iniciada la operación, lo cual puede explicarse debido a la evaporación que provoca un enfriamiento en la superficie; pero cuando la tasa de evaporación es casi cero, la temperatura es igual a la del aire, ya que el calor cedido al agua es menor. El incremento de la temperatura en el modelo es muy rápido y la temperatura superficial se alcanza a los pocos minutos después de iniciado el proceso, haciéndose más notable a mayores velocidades de aire, como se puede observar en la curva obtenida en el modelo a 2.2 m/s, donde los resultados fueron semejantes (Figura 42).

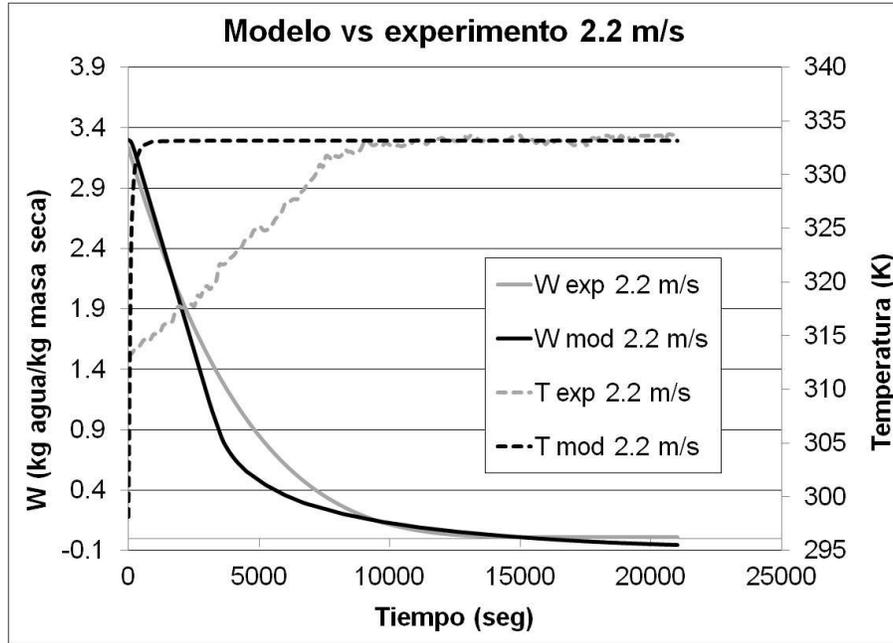


Figura 42. Cinética de secado y evolución térmica experimental y del modelo a 2.2 m/s

Este incremento tan marcado de la temperatura al inicio del proceso tiene como consecuencia que la curva del contenido de humedad disminuya de forma drástica hasta 0.59 kg agua/kg masa seca a 1.0 m/s, y 0.82 a 2.2 m/s. A partir de este instante, la pendiente de la curva es menos pronunciada. El comportamiento puede ser justificable por varias razones. En primera instancia, el modelo considera la ecuación clásica de Fourier para la transferencia de calor, por lo que únicamente intervienen los gradientes de temperatura y las propiedades del material como la conductividad térmica, coeficientes de transferencia de calor y capacidad calorífica como los principales motores que impulsan la transferencia de calor. Sin embargo, son despreciables algunas propiedades del material que repercuten en la transferencia simultánea del calor y humedad entre el material y el medio, y que al tratarse de un material biológico, son de gran importancia para la explicación de los fenómenos que ocurren durante el secado. Estudios realizados por May & Perré (2002) demostraron que el volumen decrece casi linealmente con el contenido de humedad y que el encogimiento se lleva a cabo desde la primera etapa de secado, lo que da lugar a la resistencia del flujo del agua. Al contraerse el material, la resistencia al flujo del agua permite incrementos en la temperatura superficial que posteriormente encuentran estabilidad cuando el agua encuentra la forma de evacuar del material, originando el comportamiento que se observa a 1.0 m/s, donde la temperatura superficial presenta una forma escalonada. De igual manera, las investigaciones realizadas por Wang & Brennan (1995), muestran que el efecto del encogimiento ocasiona un aumento en la temperatura superficial, lo que en el modelo representaría la disminución de los coeficientes de

RESULTADOS Y DISCUSIONES

transferencia de calor, y por ende, una pendiente de la temperatura menos pronunciada al inicio del proceso.

Por otra parte, y como se ha reportado anteriormente (Aversa, 2010), los coeficientes de transferencia de calor y masa juegan un papel primordial al inicio del proceso. En el modelo que se propone, el efecto del flujo del aire se ve reflejado en estos valores, los cuales se incorporaron a partir de los datos calculados experimentalmente y a través de la teoría de la capa límite. Sin embargo, el modelo considera los coeficientes constantes durante todo el proceso, hecho que en la realidad no se lleva a cabo. Al inicio, es el coeficiente de transferencia de calor el que gobierna el proceso, y conforme va pasando el tiempo, los coeficientes de transferencia de masa toman más importancia, y se convierten en la nueva fuerza impulsora. De esta manera, los coeficientes de transferencia de calor y masa disminuyen conforme pasa el tiempo de secado. El modelo no refleja esta variación, que si es observada en los datos experimentales.

La ecuación de conductividad térmica es una función únicamente del contenido de humedad, y se sabe que la conductividad varía también en función de la temperatura. Cuando el material comienza a contraerse, el volumen de los poros empieza a disminuir y crea una resistencia al flujo de aire, lo que origina que la matriz sólida aumente la conductividad del material, y por ende, se incremente la temperatura.

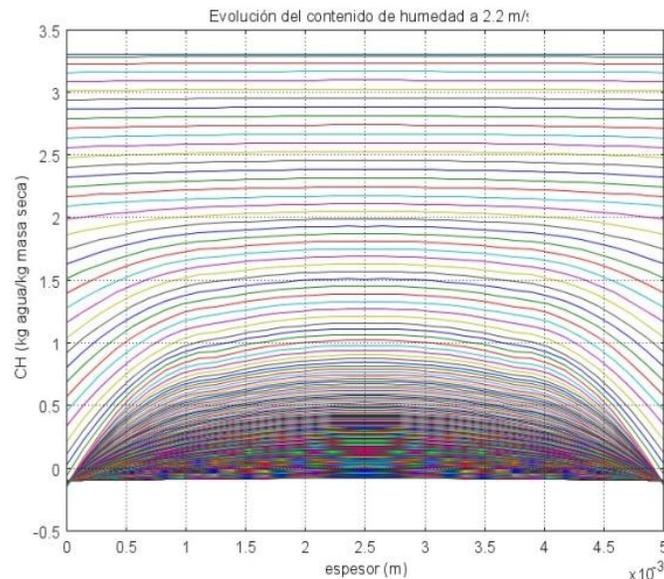


Figura 43. Perfil parabólico del contenido de humedad al final del secado en la cara lateral izquierda a 2.2 m/s

RESULTADOS Y DISCUSIONES

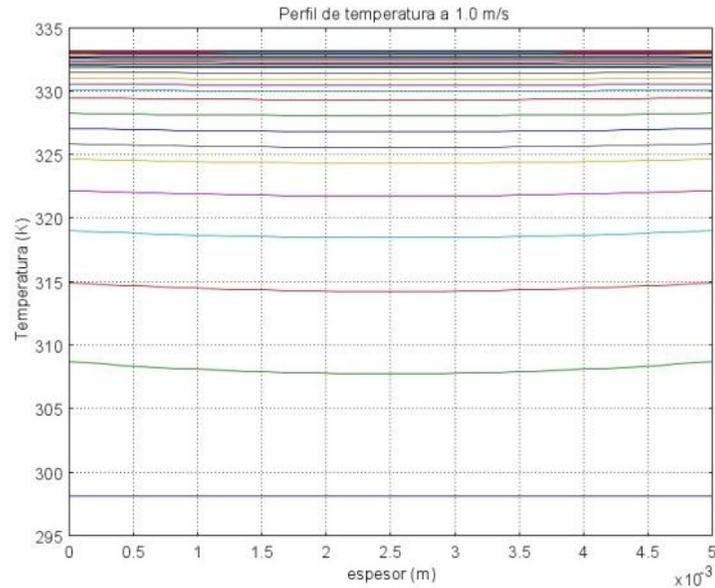


Figura 44. Perfil parabólico de temperatura en la cara lateral izquierda a 1.0 m/s

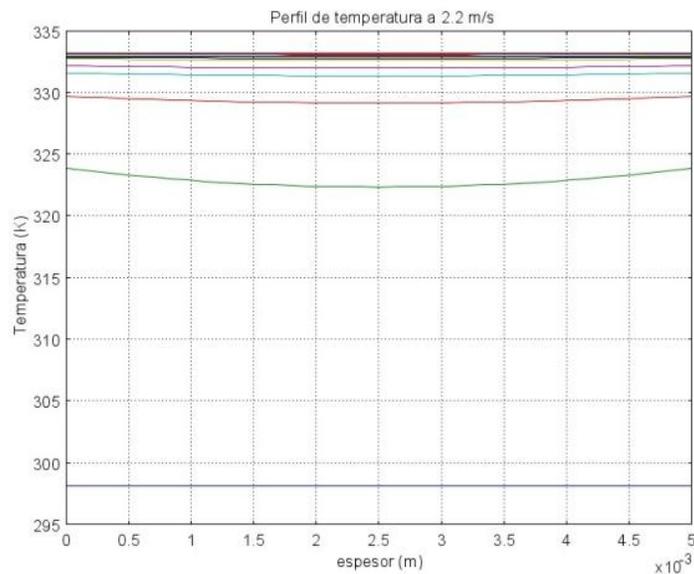


Figura 45. Perfil parabólico de temperatura en la cara lateral izquierda a 2.2 m/s

Los gradientes del contenido de humedad y temperatura decrecen cuando se incrementa el tiempo de secado (Figura 43 y 44). La rapidez de secado disminuye desde el principio de la operación donde el proceso es controlado por las condiciones externas que implica la ausencia de gradientes de humedad dentro del alimento, y una forma claramente exponencial más adelante. La predicción de las tasas de secado y humedad, así como los perfiles de temperatura interna son necesarios para el proceso y su optimización.

RESULTADOS Y DISCUSIONES

Los perfiles muestran parámetros constantes en la región central de la muestra. El contenido de humedad muestra un comportamiento parabólico característico de los materiales biológicos, el cual se hace más notable en valores de 1.7 y 2.2 kg agua/kg de masa seca a 1.0 y 2.2 m/s respectivamente. Este perfil es característico cuando la difusión es quien controla los mecanismos de transferencia de masa. Los valores coinciden exactamente con el punto en el cual la curva experimental difiere de la del modelo, por lo que se puede suponer que en este punto inicia la fase de transición entre la fase higroscópica y la fase capilar del material.

Como es de esperarse, en el periodo de rapidez decreciente, la rapidez de evaporación en la superficie es mucho mayor que la rapidez con la que el agua fluye a la superficie, por lo que el contenido de humedad en la superficie es menor que en la región central. Conforme avanza el proceso de secado, la diferencia del contenido de humedad se hace más pronunciada, pudiéndose apreciar claramente el efecto de la velocidad del aire, donde a mayor velocidad del aire, la parábola es más cerrada, es decir, existe un gradiente mayor de humedad entre la superficie del material y la región central. El perfil de temperatura muestra un comportamiento similar (Figura 44 y 45). Sin embargo, el gradiente de temperatura entre la superficie y la parte central del material es mínimo, lo que explica el incremento pronunciado de la temperatura desde el inicio del proceso debido al reducido espesor de la muestra. La distribución del contenido de humedad después de 4 horas de proceso a velocidades de 1.0 y 2.2 m/s se muestran en la Figura 46 y 47. El contenido de humedad alcanzado se reduce en un 70.68%, lo que demuestra claramente el efecto de la velocidad del aire.

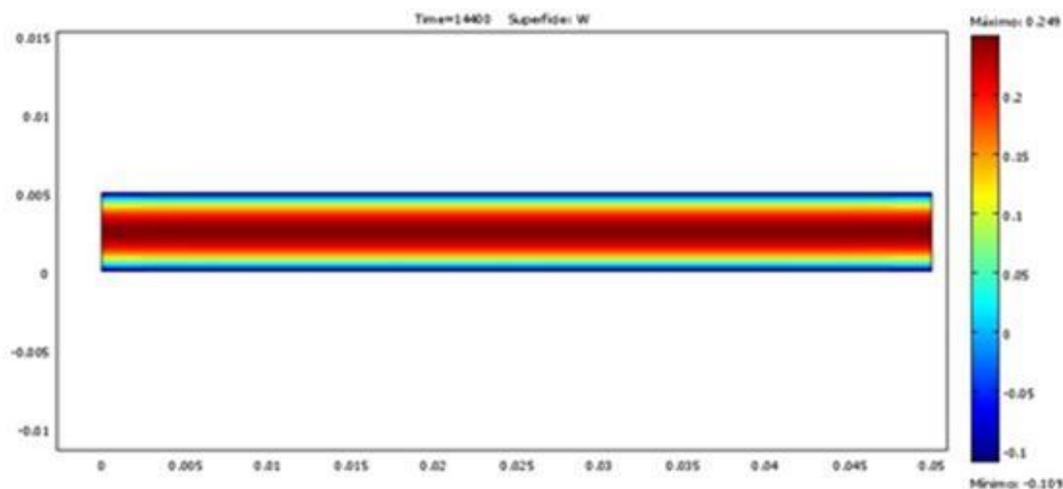


Figura 46. Distribución de humedad a las 4 horas de secado a velocidad de aire de 1.0 m/s

RESULTADOS Y DISCUSIONES

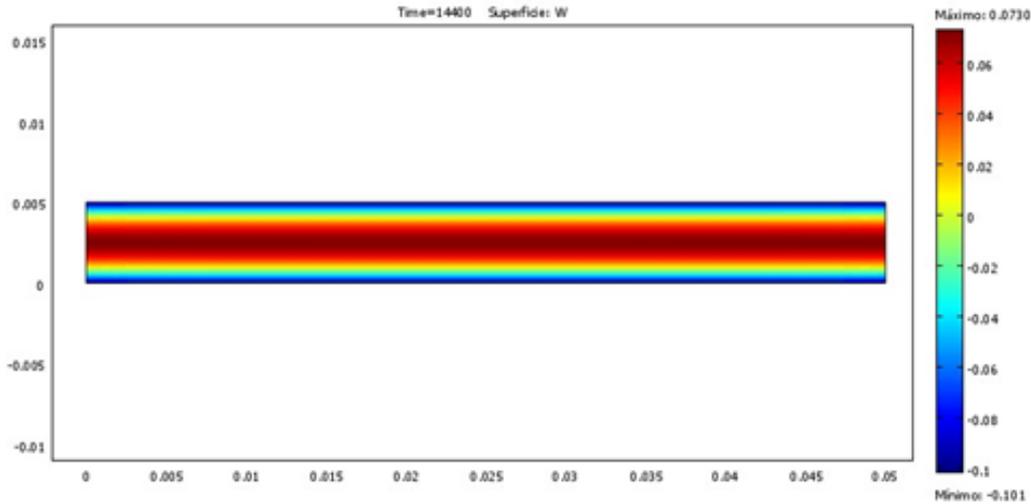


Figura 47. Distribución de humedad a las 4 horas de secado a velocidad de aire de 2.2 m/s

El modelo fue evaluado por comparación con respecto a los datos experimentales. Se calculó el error global a partir de la minimización de la suma de errores cuadráticos obteniéndose un error de 0.29 kg de agua/kg masa seca a velocidad de aire de 1.0 m/s, y de 0.22 kg de agua/kg masa seca a 2.2 m/s. Como puede apreciarse, existe una diferencia apreciable entre los datos experimentales y los del modelo, atribuidos a los fenómenos descritos anteriormente.

En función a los datos obtenidos en el modelo, se calculó el número de Biot, encontrando que a velocidades de aire de 1.0 m/s, Biot toma valores de 0.1 a 0.44, mientras que a 2.0 m/s, Biot toma valores de 0.63 a 1.68. Estos datos corroboran los resultados experimentales, en donde a 1.0 m/s existe una etapa del proceso que es controlada únicamente por las condiciones externas, y que supone una resistencia insignificante en el interior del material, lo cual deduce que la rapidez de transferencia de calor es limitada a los mecanismos convectivos. $Biot < 0.1$, se observa hasta los 76 minutos de operación. Es en este momento cuando las propiedades del material y las condiciones externas gobiernan al sistema. Este punto se lleva a cabo a 2.0 kg agua/kg de masa seca y coincide con el valor al cual, empiezan a llevarse a cabo los mecanismos de difusión en el interior del material. A 2.2 m/s el número de Biot se incrementa desde el inicio del proceso con valores en un rango de 0.63 a 1.67, lo que implica que durante todo el proceso, la transferencia de calor se da por ambos mecanismos, conducción y convección.

CAPITULO 7. CONCLUSIONES

En este trabajo se estudió el efecto de la velocidad del aire en la aparición de etapas de secado a partir del desarrollo de un modelo semiempírico que simula las cinéticas de secado a partir de la incorporación de la evolución térmica superficial del material, y se desarrolló un modelo matemático bidimensional que describe los mecanismos de transporte de calor y masa durante el secado por convección de aire caliente en un túnel de secado para la papa variedad Alpha (*Solanum tuberosum*). Las conclusiones del trabajo de investigación son:

- Existe una diferencia notable de la evolución térmica de las rodajas de papa sometidas a diferentes velocidades de aire, lo que permite identificar etapas de secado.
- Solamente a velocidades de aire de 1.0 m/s se pudo distinguir un periodo de rapidez constante debido a la baja tasa de evaporación ocasionada por una velocidad de encogimiento más lenta del material.
- A velocidades de aire superiores a 1 m/s los coeficientes de transferencia de masa y calor aumentan desde 0.005 m/s y 27 W/m²K, lo que impide la aparición del periodo de rapidez constante.
- Velocidades de flujo de aire de 1.0 m/s favorecen las reacciones de obscurecimiento debido a la disponibilidad de agua líquida y temperatura de reacción.
- El efecto de la velocidad del aire se pudo comprobar por la reducción de la capa límite hidrodinámica, térmica y de concentración, debido a que las fuerzas de arrastre disminuyen el efecto de resistencia ocasionado por las fuerzas viscosas en la interfase.
- El método de la curva característica de secado reproduce satisfactoriamente las curvas experimentales, con un máximo error de 0.18 kg de agua/kg de masa seca a velocidad de 1.0 m/s; 0.048 kg de agua/kg de masa seca a 1.4 m/s; 9.18 kg de agua/kg de masa seca a 1.8 m/s, y 0.039 kg de agua/kg de masa seca para 2.2 m/s. El método es recomendable para la determinación de etapas de secado cuando no son consideradas las propiedades del material.

CONCLUSIONES

- El modelo acoplado describe correctamente de manera global la cinética de secado, la evolución de temperatura y la distribución de la fase gaseosa en el material.
- La exclusión del encogimiento en el modelo deriva en desviaciones importantes de los fenómenos simulados de los datos experimentales, por lo que se recomienda considerar este efecto para futuras investigaciones.

REFERENCIAS

- Aguilera, J.M., Chiralt, A., Fito, P. (2003). Food dehydration and product structure. *Trends in Food Science and Technology*, 14: 432-437.
- Albanese D., Cinquanta, L., Russo, L., Crescitelli, S., Farina, M., Brasiello, A., and Di Matteo, M. (2006). Modelling Convective and Microwave Drying of Potatoes Slices. DOI: 10.1051/IUFoST:20060901, 795-796
- Aversa, M., Curcio, S., Calabro, V., and Iorio, G., (2007). An analysis of the transport phenomena occurring during food drying process. *Journal of Food Engineering*, 78, 922-932.
- Bimbenet, J.J., Daudin, J.D. y Wolf, E. (1985). Air drying kinetics of biological particles. In *Proceedings of the 4th international drying symposium*, Kyoto, Japan.
- Blanhovec, J. & Yanniotis, S. (2009). Modified classification of sorption isotherms. *Journal of Food Engineering*. 91:72-77
- Brakel, J. and Heertjes, P.M. (1978), On the period of constant drying rate. *First International Symposium on Drying Princeton: Science Press*. 70-75.
- Campos-Mendiola, R., Hernández-Sánchez, H., Chanona-Pérez, J.J., Alamilla Beltrán, L., Jiménez-Aparicio, A., Fito, P., and Gutierrez-López, G.F. (2007). Non-isotropic shrinkage and interfaces during convective drying of potato slabs within the frame of the systematic approach to food engineering systems (SAFES) methodology. *Journal of Food Engineering*, 83: 285-292.
- Cunningham, S.E., McMinn, W.A.M., Magee, T.R.A. and Richardson, P.S. (2008). Effect of processing conditions on the water absorption and texture kinetics of potato, *Journal of Food Engineering*, 84: 214–223.
- Chen, C. (2006). Obtaining the isosteric sorption heat directly by sorption isotherm equations. *Journal of Food Engineering*. 74: 178-185.
- Datta, A.K. (2007). Porous media approaches to studying simultaneous heat and mass transfer in food processes. II: Property data and representative results. *Journal of Food Engineering*, 80: 96-110.
- Datta, A.K. and Ni, H. (2002). Infrared and hot-air-assisted microwave heating of foods for control of surface moisture. *Journal of Food Engineering*, 51: 355-364
- Datta, A. (2002). Biological and Bioenvironmental Heat and Mass Transfer. Edit: Marcel Dekker, Inc. U.S.A.

REFERENCIAS

- Doymaz, I. (2008). Influence of blanching and slice thickness on drying characteristics of leek slices. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, 47: 41-47.
- Earle, R. L. (1988). *Ingeniería de los alimentos, Las operaciones básicas del procesado de los alimentos*. Zaragoza, España: Segunda edición, Editorial ACRIBIA, S.A.
- Fito P., and Maupoey, A. M. (2001). *Introducción al secado de alimentos por aire caliente*. Valencia, España: Universidad Politécnica de Valencia
- Geankoplis, J.C. (1998), *Procesos de transporte y operaciones unitarias*, México: Tercera edición, Compañía Editorial Continental, S.A. de C.V.
- Giner, S.A. (2009). Influence of Internal and External Resistances to Mass Transfer on the constant drying rate period in high-moisture foods. *Biosystems Engineering*, 102: 90-94.
- Halder A., Datta, A. & Spanswick, R. (2010). Water transport in Cellular Tissues During Thermal Processing, *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 00:000
- Hassini, L., Azzouz, S. and Belghith, A. (2004), *Estimation of the moisture diffusion coefficient of potato during hot-air drying*, *Drying 2004*, B: 1488,1495.
- Holman, J.P. (1999). *Transferencia de calor*, Madrid, España. Octava edición. Editorial McGraw Hill
- Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, 2007, *Sistema de Consulta de Especies y Productos Agropecuarias, Forestales y Pesqueros, VIII Censo Agropecuario*, México.
- Jangam, S.V., Law, C.L., Mujumdar, A.S. (2010), *Drying of Foods, Vegetables and Fruits (volume 1)*
- Jannot, Y., Talla, A., Nganhou, J., and Puiggali, J. R. (2004). Modeling of Banana Convective Drying by the Drying Characteristic Curve (DCC) Method. *Drying technology* Vol 22(8), 1949-1968.
- Kalbasi, M. and Mehraban, M.R (2000). The effect of surface water vapour flux on drying of potato. *Institution of Chemical Engineers Trans IChemW*, 78: 204-206.
- Khalloufi, S., Almeida-Rivera, C. and Bongers, P. (2009). A theoretical model and its experimental validation to predict the porosity as a function of shrinkage and collapse phenomena during drying. *Food Research International*, 42: 1122-1130.
- Krokida, M.K., Foundoukidis, E., and Maroulis, Z. (2004). Drying constant: literature data compilation for foodstuffs. *Journal of Food Engineering*, 61: 321-330.
- Krokida, M.K. and Marinos-Kouris, D. (2003). Rehydration kinetics of dehydrated products. *Journal of Food Engineering*, 57: 1-7.

REFERENCIAS

- Krokida, M.K., Oreopolou, V., Maroulis, Z. and Marinos-Kouris, D. (2001). Colour changes during deep fat frying. *Journal of Food Engineering*, 48, 219-225.
- Labuza, T., Hunter, W. and Grieger, R. (1985). Effect of temperature on the moisture sorption isotherms and water activity shift of two dehydrated foods. *Journal of Food Science*, 50: 385-391.
- Leeratanarak, N., Devahastin, S. and Chiewchan, N. (2006), Drying kinetics and quality of potato chips undergoing different drying techniques. *Journal of Food Engineering*, 77: 635–643.
- Lewicki, P.P. (2004). Water as the determinant of food engineering properties. A review. *Journal of Food Engineering*, 61: 483-495
- Lewicki, P.P. (2006). Design of hot air drying for better foods. *Trends in Food Science & Technology*, 17: 153–163
- Magee, T.R.A. and Wilkinson, C.P.D, (1992). Influence of process variables on the drying of potato slices. *International Journal of Food Science and Technology*, 27:541-549.
- May, B.K. and Perré, P. (2002). The importance of considering exchange surface area reduction to exhibit a constant drying flux period in foodstuffs. *Journal of Food Engineering*, 54: 271-282.
- Mayor, L. and Sereno, A.M. (2004). Modeling shrinkage during convective drying of food material: a review. *Journal of Food Engineering*, 18: 373-386.
- McLaughlin, C.P. and Magee, T.R.A. (1998). The Determination of Sorption Isotherm and the Isothermic Heats of Sorption for Potatoes. *Journal of Food Engineering*, 35: 267-280.
- McMinn, W.A.M. and Magee, T.R.A. (1999). Studies on the effect of temperature on the moisture sorption characteristics of potatoes. *Journal of Food Process Engineering*, 22: 113-128.
- McMinn, W.A.M. and Magee, T.R.A. (2003). Thermodynamic properties of moisture sorption of potato. *Journal of Food Engineering*, 60: 157-165.
- McMinn, W.A.M., Al-Muhtaseb, A.H. and Magee, T.R.A. (2005). Enthalpy-entropy compensation in sorption phenomena of starch materials. *Food Research International*, 38: 505-510.
- Mohammed, F. and Riza, K. (2009). A new approach to the analysis of heat and mass transfer in drying and frying of food products. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, 48: 217-223.
- Morales, F. and van Boekel, M. (1998). A study on advanced Maillard reaction in heated casein/sugar solutions: colour formation. *International Dairy Journal*, 8: 907-915.
- Mottram, D. and Wedzicha, B. (2002). Acrylamide es formed in the Maillard reaction. *Nature*. 419: 448-449.
- Mujumdar A. S., (1987). *Handbook of Industrial Drying*, Marcel Dekker, Inc., United States of America.

REFERENCIAS

- Ni, H., Datta, A.K. y Torrance, K.E. (1999), *Moisture transport in intensive microwave heating of biomaterials: a multiphase porous media model*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 42: 1501-1512.
- Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la alimentación (FAO), 2008, *Nueva Luz Sobre un Tesoro Enterrado*, Roma.
- Pabis, S., Jayas, D.S. and Cenkowski, S. (1998). *Grain Drying. Theory and Practice*, John Wiley and Sons, New York.
- Pedreschi, F., León, J., Mery, D., Moyano, P., Pedreschi, R., Kaack, K. y Granby, K. (2007). Color development and acrylamide content of pre-dried potato chips. *Journal of Food Engineering*, 79: 786-793.
- Pereira da Silva, W., Precker, J., Cleide, M.D.P.S. and Palmeira, J. (2010). Determination of effective diffusivity and convective mass transfer coefficient for cylindrical solids via analytical solution and inverse method: Application to the drying of rough rice. *Journal of Food Engineering*, 98: 302–308.
- Pérez-Gil, J. (2002). Análisis y selección de un sistema de medición y control para un túnel de secado de Madera., Instituto Tecnológico de Oaxaca, Oaxaca, México.
- Perre, P. y Bee, M. (2007). The existence of a first drying stage for potato proved by two independent methods. *Journal of Food Engineering*, 78: 1134–1140.
- Perry, R., Green, D. and Maloney, J. (1992). *Manual del Ingeniero Químico*. Desecación de sólidos y sistema gas-sólido. Editorial McGraw-Hill, 5:20-23.
- Ratti C. and Crapiste G.C. (1992). A generalized drying curve for hygroscopic shrinking materials. *Drying '92, Mujumdar A. S. Ed. 1: 864-874*.
- Rungthip K., Sakamon, D. and Naphaporn C. (2008). Effect of starch retrogradation on texture of potato chips produced by low-pressure superheated steam drying. *Journal of Food Engineering*, 89: 72–79.
- Sandoval, S., Rodriguez, J., Méndez, L., and Sánchez, J. (2006). Rapidez de secado reducida: una aplicación al secado convectivo de plátano Roatán. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, 5: 35-38.
- Santiago. M.J. and García, J. (2001). Economía de la Agroindustrialización de la Papa en México. *Revista Latinoamericana de la Papa*, 21-43.
- Senadeera, W., Bhesh, R.B., Young, G. and Wijesinghe, B. (2005). Modeling dimensional shrinkage of shaped foods in fluidized bed drying. *Journal of Food Processing and Preservation*, 29: 109-119.
- Severini, C., Baiano, A., De Pilli, T., Carbone, B. and Derossi, A. (2005). Combined treatments of blanching and dehydration: study on potato cubes. *Journal of Food Engineering*, 68: 289-296.
- Sharma, S.K. (2003). *Ingeniería de alimentos*. Editorial Limusa, 1ª. Edición, México.

REFERENCIAS

- Srikiatden, J. and Roberts J.S. (2008). Predicting moisture profiles in potato and carrot during convective hot air drying using isothermally measured effective diffusivity. *Journal of Food Engineering*, 84: 516–525.
- Tripathy, P.P. and Kumar, S. (2009). A methodology for determination of temperature dependent mass transfer coefficients from drying kinetics: Application to solar drying. *Journal of Food Engineering*, 90: 212–218.
- Troncoso, E. and Pedrschi, F. (2007). Modeling of textural changes during drying of potato slices. *Journal of Food Engineering*, 82: 577–584
- Tscheuschner, H.-D. (2001). *Fundamentos de tecnología de los alimentos*. Zaragoza, España: 2a. edición, Editorial ACRIBIA, S.A.
- Tsotsas, E. & Mujumdar, A. (2007). *Modern Drying Technology*, Vol 1. Computational Tools at Different Scales. Edit. Wiley-VCH.
- Wang, N. and Brennan, J.G. (1995). A mathematical Model of Simultaneous Heat and Moisture Transfer during Drying of Potato. *Journal of Food Engineering*, 24: 47-60.
- Wang, N. and Br Brennan, J.G. (1995). Changes in structure, density and porosity of potato during dehydration. *Journal of Food Engineering*, 24: 61-76..
- W. Desrosier Norman, 1991, Conservación de Alimentos., Edit. Continental S.A. de C.V., 12a. Edición.
- Whitaker, S. (1977), Simultaneous Heat, Mass, and Momentum Transfer in Porous Media: A theory of Drying
- Wu, Y., and Irudayaraj, J. (1996). Analysis of heat, mass and pressure transfer in starch based food systems. *Journal of Food Engineering*, 29: 399-414.
- Yadollahinia, A., and Jahangiri, M. (2009). Shrinkage of potato slice during drying. *Journal of Food Engineering*, 84: 52-58.
- Zielinska, M. and Markowski, M. (2010). Air drying characteristics and moisture diffusivity of carrots. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, 49: 212-218.
- Zhao, Y. and Poulsen, K.P. (1988). Diffusion in potato drying. *Journal of Food Engineering*, 7: 249-262.