

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL



**Modelado Matemático Del Secado De Madera
Subtropical Por Convección De Aire Caliente.**

Emilio Hernández Bautista.

Director de tesis:

**Dr. Sadoth Sandoval Torres
Dr. Juan Rodríguez Ramírez**

Centro Interdisciplinario de Investigación
para el Desarrollo Integral Regional
Unidad Oaxaca.

Maestría en Ciencias en Conservación y
Aprovechamiento de Recursos Naturales.

Santa Cruz Xoxocotlan, Oaxaca.

noviembre de 2011



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO

ACTA DE REVISION DE TESIS

En la Ciudad de Oaxaca de Juárez siendo las 13:00 horas del día 31 del mes de octubre del 2011 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación del **Centro Interdisciplinario de Investigación para el Desarrollo Integral Regional, Unidad Oaxaca (CIIDIR-OAXACA)** para examinar la tesis de grado titulada: **“Modelado matemático del secado de madera subtropical por convección de aire caliente”**

Hernández

Apellido paterno

Bautista

materno

Emilio

nombre(s)

Con registro:

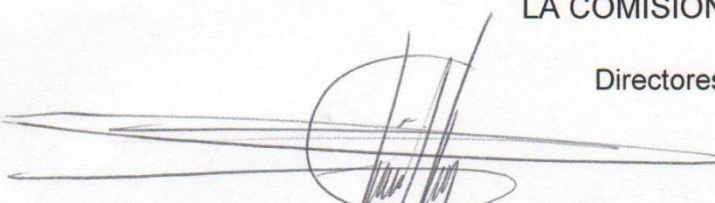
B	0	9	1	5	1	3
---	---	---	---	---	---	---


aspirante al grado de: **MAESTRÍA EN CIENCIAS EN CONSERVACIÓN Y APROVECHAMIENTO DE RECURSOS NATURALES**

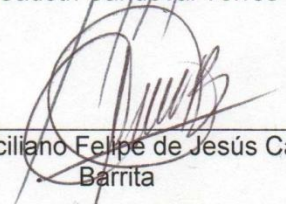
Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

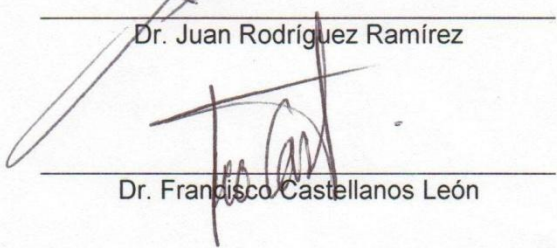
LA COMISIÓN REVISORA

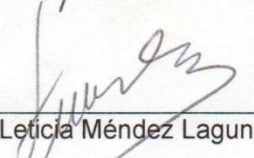
Directores de tesis


Dr. Sadoth Sandoval Torres

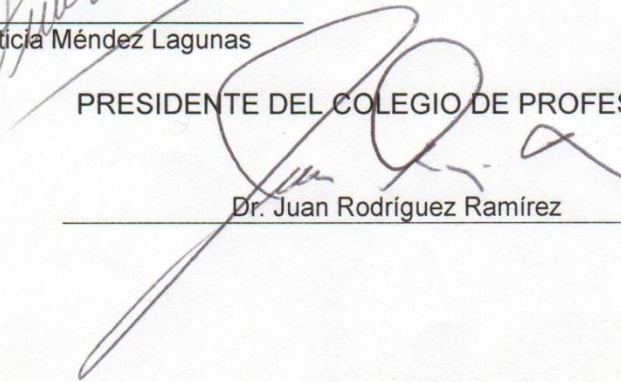

Dr. Juan Rodríguez Ramírez


Dr. Prisciliano Felipe de Jesús Cano Barrita


Dr. Francisco Castellanos León


Dra. Lilia Leticia Méndez Lagunas

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES


Dr. Juan Rodríguez Ramírez



CENTRO INTERDISCIPLINARIO
DE INVESTIGACION PARA EL
DESARROLLO INTEGRAL REGIONAL
C.I.I.D.I.R.
UNIDAD OAXACA
I.P.N.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESION DE DERECHOS

En la Ciudad de Oaxaca de Juárez el día **31** del mes **octubre** del año **2011**, el (la) que suscribe **Hernández Bautista Emilio** alumno (a) del Programa de **MAESTRÍA EN CIENCIAS EN CONSERVACIÓN Y APROVECHAMIENTO DE RECURSOS NATURALES** con número de registro **B091513**, adscrito al Centro Interdisciplinario de Investigación para el Desarrollo Integral Regional, Unidad Oaxaca, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del los Drs. Sadoth Sandoval Torres y Juan Rodríguez Ramírez y cede los derechos del trabajo titulado: **“Modelado matemático del secado de madera subtropical por convección de aire caliente”** al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección **Calle Hornos 1003, Santa Cruz Xoxocotlán, Oaxaca**, e-mail: posgradoax@ipn.mx ó bautistahe@gmail.com Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Hernández Bautista Emilio



CENTRO INTERDISCIPLINARIO
DE INVESTIGACION PARA EL
DESARROLLO INTEGRAL REGIONAL
C.I.I.D.I.R.
UNIDAD OAXACA
I.P.N.

Resumen

El presente trabajo está dividido en tres partes. En la primera se obtienen cinéticas de secado experimentales para madera de *Pino pseudostrobus*. En la segunda, se desarrolla un modelo semi-empírico, a partir de datos experimentales, basado en el método de la curva característica. En la última parte se desarrolla un modelo fenomenológico que involucra ecuaciones de transferencia de calor y masa durante el secado por convección de aire caliente.

Para validar los modelos se analizan experimentos de secado, los cuales se llevaron a cabo en un túnel de secado del laboratorio del CIIDIR Unidad Oaxaca a diferentes condiciones de temperatura, manteniendo la velocidad del aire constante y no controlando la humedad relativa del túnel. Los experimentos tuvieron una duración promedio de 70 horas, cada uno con su réplica.

A partir de datos experimentales se obtuvo un modelo basado en el método de la curva característica de secado (CCS), para la simulación de la evolución del contenido de humedad en el material respecto al tiempo, el modelo parte del análisis de la rapidez de secado reducida y la identificación de fases del secado. Considerando una rapidez de secado de referencia y estableciendo la hipótesis de que los mecanismos de transporte de humedad dependen principalmente del potencial de humedad reducido. De lo anterior se tiene la presencia de dos zonas, la primera identificada como dominio capilar, en donde la migración de humedad está fuertemente influenciada por la presión capilar al interior del medio. La segunda, corresponde a la difusión de vapor de agua simultáneamente con la difusión de agua ligada. El modelo semi-empírico deducido requiere del cálculo de parámetros. Para determinar cada uno de estos valores resulta conveniente adoptar un sistema de análisis lo más sencillo posible y que permita optimizar los ensayos realizados. Por lo tanto los parámetros del modelo propuesto se estimaron reduciendo la diferencia cuadrática entre las curvas experimentales y las teóricas

En la tercera parte del trabajo se desarrolla un modelo matemático Multi-físico que describe los mecanismos de transporte de calor y masa durante el secado por convección de aire caliente de madera. La madera es un medio poroso en el que el agua se encuentra en distintos estados, cada uno de ellos considerados como fases que no reaccionan químicamente entre sí. Para la formulación del modelo fenomenológico el balance de materia y calor se da en el Elemento de Volumen

Representativo (EVR), que contiene las tres fases, y es suficientemente pequeño como para considerar un equilibrio termodinámico local. El EVR considera a la fase sólida (matriz), líquida, gas (vapor y aire) y agua higroscópicamente ligada. El flujo de agua líquida se rige por la ley de Darcy, el agua ligada se rige por la Ley de Fick y el vapor de agua y aire seco es una combinación de mecanismos convección-difusión. El modelo resuelve tres variables; Contenido de humedad representado en la ecuación de conservación de humedad; Temperatura en la ecuación de calor; y densidad del aire en la ecuación de conservación de aire seco. Estas ecuaciones se encuentran altamente acopladas, y se relacionan con las condiciones del secador a través de las condiciones frontera. Las ecuaciones son incorporadas en COMSOL Multiphysics 3.4, en el módulo PDE, en la forma general para los balances de masa y forma de coeficiente para el calor. El espesor de la madera se representa como una línea recta y es discretizada en tiempo y espacio con 753 grados de libertad. El sistema de ecuaciones diferenciales parciales es resuelto por factorización numérica UMFPACK que resuelve sistemas lineales, utilizando un patrón multifrontal no simétrico y factorización directa LU de la matriz esparcida.

Los modelos simulan la cinética de humedad global en el material, sin embargo el modelo fenomenológico es capaz de simular los perfiles espaciales de contenido de humedad, densidad del aire seco, calor y las propiedades constitutivas en el espesor de la madera en cada segundo del proceso. Los modelos desarrollados son validados comparándolos con las cinéticas experimentales en donde se muestra una buena correlación entre los modelos desarrollados y datos reales de las cinéticas de secado, a diferentes temperaturas del proceso.

Abstract

This work was divided into three parts. In the first part we obtained the experimental drying kinetics for Mexican softwood (*Pinus pseudostrabus*). In the second part, from experimental data we have developed a semi-empirical model (Characteristic Drying Curve), In the third part we have proposed a phenomenological drying model that involves heat transfer and mass transport during the drying process.

To validate the models, we have analyzed the drying experiments. All drying trials were carried out in a drying tunnel (CIIDIR Oaxaca) at different conditions of temperature, keeping constant the airflow speed. The relative humidity was not controlled. The experiments had an average duration of 70 hours, each of one with its replicate.

From experimental data was obtained a model based on the method of the drying characteristic curve (DDC). This model allow to simulate the moisture content evolution. This model takes into account the reduced drying rate, and the identification of drying's stages. This model considers a drying rate of reference and establishes the assumption of moisture content dependency. During drying process two zones or stage are identified, the first one called the capillary domain, where migration of moisture is strongly influenced by the capillary forces, and the second one, corresponding to diffusion of water and bounded water. The parameters of the proposed model were estimated by reducing the quadratic error between the experimental curves and the theoretical results. The parameters of this model were estimated in Microsoft Excel by using the SOLVER tool. In the third part of this work, a phenomenological formulation was developed. The model describes the mechanisms of heat and mass transport during drying. Wood is a porous medium where the water is present at different states. We consider these states as chemically inert phases. The mass and heat balance are given in the frame of the Representative Volume Element (RVE), which contains the four phases, and it is enough small to consider a local thermodynamic equilibrium. The RVE considers the solid phase (matrix), liquid phase, gaseous phase (vapor and air) and bounded water. The flow of free-water is governed by Darcy's law, the bound water by Fick's law, and water vapor and dry air is a combination of mechanisms convection-diffusion. Then, the model solves 3 unknowns: The moisture content represented in the equation of conservation of moisture, temperature in the heat equation, and air density in the equation of conservation of dry air. These all equations are highly coupled, and the macroscopic scale is coupled to the dryer scale too by means

of the boundary conditions. The equations were solved in COMSOL 3.4. The PDE module was used in this approach. The general form for the mass balance and the coefficient form for the heat balance. The thickness of the wood was discretized with 753 degrees of freedom. The system of partial differential equations was solved by numerical factorization by using UMFPACK. UMFPACK solves the linear systems by using a pattern multi frontal non-symmetric method and by factoring sparse matrix.

The phenomenological model is able to simulate the spatial profiles of moisture content, density of dry air, temperatures by taking into account the constitutive properties of wood. The two models developed were validated by comparison with the experimental kinetics. The numerical results and experimental measures provide some confidence in the proposed model.

Agradecimientos.

Al Doctor Sadoth Sandoval Torres

Por su continua guía, su organización y su valioso apoyo como asesor en el desarrollo de esta tesis

A mi padre.

Emilio Hernández Hernández.

Por su esfuerzo y su compañía en la realización de mis estudios, además por su apoyo incondicional en cada momento de mi vida.

Santa Cruz Xoxocotlan, Oaxaca. noviembre de 2011

Emilio Hernández Bautista.

Índice general

Nomenclatura.....	xi
Índice de figuras.....	xiii
Índice de tablas.....	xv
Capítulo 1 Introducción.....	1
1.1 Planteamiento del problema.....	1
1.2 Antecedentes.	3
1.3 Justificación.....	5
1.4 Delimitación del estudio.....	5
1.5 Objetivos.	6
1.5.1 Objetivo General.....	6
1.5.2 Objetivos específicos.....	6
1.6 Hipótesis.	6
Capítulo 2 Estructura de la madera.	7
2.1 Estructura de la madera.	7
2.1.1 Estructura a nivel macroscópico.....	8
2.1.2 Madera suave.....	9
2.2.1.1 Madera temprana y Madera tardía.	10
2.2.2.2 Aspiración Pit.	10
2.1.3 Madera dura.....	11
Capítulo 3 Tecnologías del secado de madera	13
3.1 Tecnologías Tradicionales.....	13
3.1.1 Uso de Aire Caliente (convencional).....	13
3.1.2 Secado al aire libre (Natural)	14
3.1.3 Secado por Desumidificación.....	14
3.1.4 Secado Solar	15
3.2 Tecnologías Emergentes.....	16
3.2.1 Secado en vacío	16
3.2.2 Secado por Microondas (Radiofrecuencias).....	16
Capítulo 4 Metodología	17
4.1. Materiales y equipo.....	17
4.2. Selección y preparación de las muestras.....	19

4.3. Diseño experimental.....	20
4.3.1. Elección de factores y niveles.	20
4.3.2 Elección del diseño experimental.	21
4.4 Determinación del contenido de humedad en la madera.....	22
4.5 Cinéticas de secado para la madera Subtropical.	22
Capítulo 5 Modelado matemático del secado de madera.....	23
5.1 Física del secado de madera.....	23
5.1.1 Transporte capilar.	24
5.1.2 Difusión del agua ligada en la pared celular y difusión del vapor en las cavidades celulares..	25
5.2 Modelos matemáticos para el secado de madera.	26
5.2.1 Modelos Empíricos.	26
5.2.2. Modelos de tipo difusivo.	27
5.2.3. Modelos Fenomenológicos.	29
5.3 Modelado del secado-Método de la curva característica de secado (CCS).....	32
5.3.1 Deducción del modelo utilizando el método de la curva característica de secado.	32
5.4 Modelo Fenomenológico del secado de madera por convección de aire caliente.	35
5.4.1. Ecuaciones de estado y términos constitutivos.....	35
5.4.1.1 Porosidad.....	35
5.4.1.2 Saturación.....	36
5.4.1.3 Presión del gas.....	37
5.4.1.4 Humedad relativa.....	37
5.4.2 Elemento de volumen representativo (EVR).....	38
5.4.3 Hipótesis fundamentales. Escala macroscópica.....	40
5.4.3.1 Supuestos utilizados en el modelo Fenomenológico.	40
5.4.4 Transporte de humedad en la madera.	40
5.4.4.1 Ecuaciones de conservación de masa.....	42
5.4.4.1.1 Transporte de la fase líquida.....	43
5.4.4.1.2 Transporte de la fase gaseosa- Vapor de agua y aire seco.....	45
5.4.4.1.3 Transporte de vapor de agua.....	47
5.4.4.1.4 Transporte de aire seco.....	47
5.4.4.1.5 Transporte de la fase de agua ligada.....	48
5.4.6 Transferencia de calor en la madera.	50
5.4.7 Condiciones límite.	52
5.4.8 Geometría unidimensional utilizada en modelo Fenomenológico.	53
5.4.9 Resumen de las ecuaciones de transporte unidimensionales.....	53
5.4.10 Propiedades de transporte de calor y masa utilizadas en el modelo.	55

Capítulo 6 Análisis y discusión de resultados	57
6.1 Experimentos de secado.	57
6.2 Resultados del modelo de la curva característica de secado.	59
6.3 Resultados del Modelado matemático fenomenológico.....	64
6.3.1 Cinéticas y perfiles de temperatura.....	64
6.3.2 Resultados de la simulación a 60 °C.....	67
6.3.2.1 Perfiles de contenido de humedad.	67
6.3.2.2 Variables dependientes del contenido de humedad.....	71
6.3.2.3 Variables dependientes de la temperatura.	73
6.3.2.4 Variables dependientes del contenido de humedad y la temperatura.	74
6.3.2.5 Dependientes de la densidad del aire y la temperatura.	76
Capítulo 7 Conclusiones.	80
Conclusiones.....	80
Bibliografía.....	83
Anexos.	87
ANEXO I. Isotermas de sorción.	88
ANEXO II. Residuales del modelo de la curva característica.	92
ANEXOS III Artículo.....	95

Nomenclatura

a	constante del modelo CCS	P_l^l	Presión del líquido (Pa)	X_m	Constante de GAB
A	Área (m ²)	P_g^g	Presión del gas (Pa)	α	Factor de tortuosidad
b	Constante del modelo CCS	P_{vsat}	Presión de vapor saturado (Pa)	Δh_{sorp}	Calor de sorción (J/kg)
a_w	Actividad de agua	P_a	Presión del aire (Pa)	Δh_{vap}	Calor de evaporación (J/kg)
CH_{cr}	Contenido de humedad crítico	P_v	Presión de vapor(Pa)	ρ_a^g	Densidad del aire (kg/m ³)
CH_r	Contenido de humedad reducido	P_g	Presión del gas (Pa)	ρ_b^s	Densidad del agua ligada (kg/m ³)
c	Concentración (mol/L)	P_c	Presión capilar (Pa)	ρ_v^g	Densidad del vapor(kg/m ³)
CH_{r2}	Contenido de humedad transición	m_{lv}	Masa de líquido -vapor (Kg/s)	ρ_a^g	Densidad del aire (kg/m ³)
CH_{r0}	Contenido de humedad inicial	m_{lb}	Masa de agua líquido-ligada(Kg/s)	ρ_g^g	Densidad del gas (kg/m ³)
CH_{E}	Contenido de humedad de equilibrio (kg agua/Kg solido seco)	m_{bv}	Masa de agua ligada-vapor(Kg/s)	ρ	Densidad (kg/m ³)
C	Constante de GAB	m_g	Peso molecular del gas (mol/kg mol)	ϵ	Porosidad (m ³ /m ³)
C_p	Calor especifico (J/ kg /K)	m_a	Peso molecular del aire (mol/kg mol)	ϵ_s	Fracción volumen del sólido (m ³ /m ³)
C_{pl}	Cp. del líquido (J/ kg /K)	m_v	Peso molecular del vapor (mol/kg mol)	ϵ_l	Fracción volumen del líquido (m ³ /m ³)
C_{pb}	Cp. del agua ligada (J/ kg /K)	R	Constante universal de los gases (J/mol/K)	μ_l	Viscosidad del líquido (Pa s)
C_{pv}	Cp. del vapor (J/ kg /K)	S	Saturación del líquido	μ_g	Viscosidad del gas (Pa s)
C_{pa}	Cp. de aire (J/ kg /K)	t_2	Tiempo de transición entre fases(CCS) (s)	ϕ	Fuente
D	Coefficiente de difusión. (m ² /s)	T	Temperatura (K)	τ	Fuerza de cizalla (Mt ² /L)
d	Constante del modelo CCS	T_∞	Temperatura del aire de secado (K)	ψ	Variable promedio
D_{eff}^{va}	Coefficiente de difusión de vapor en el aire (m ² /s)	T^o	Temperatura de referencia 273.15 K	ψ^i	Variable promedio intrínseco
D_{eff}^{av}	Coefficiente de difusión del aire en el vapor (m ² /s)	h_s	Entalpía del sólido (J/Kg)	λ	Conductividad térmica del sólido. (W/m ² /K)
D_{eff}	Coefficiente de difusión efectiva (m ² /s)	h_l	Entalpía del líquido (J/Kg)		
D_v	Coefficiente de difusión de vapor (m ² /s)	h_v	Entalpía del vapor (J/Kg)		
D_b	Coefficiente de difusión del agua ligada (m ² /s)	h_a	Entalpía del aire (J/Kg)		
D_{bt}	Coefficiente de Termo difusión (m ² /s)	V_r	Rapidez reducida		
HR	Humedad relativa (%)	V_{Ref}	Rapidez de referencia.(m/s)		
i	Sustancia	W	Contenido de humedad (Kg agua/Kg solido seco)		
J_e	Flujo de energía (J/m ² /s)	W_b	contenido de humedad del agua ligada (Kg agua/Kg solido seco)		

J_w	Flujo de agua (Kg/m ² /s)	—	Velocidad Promedio del aire (m/s)
J_b	Flujo de agua ligada (Kg/m ² /s)	—	Velocidad Promedio del vapor (m/s)
J	Flujo	—	Velocidad Promedio del agua ligada (m/s)
km	Coefficiente de transferencia de masa (m/s)	—	Velocidad Promedio del líquido (m/s)
k_{rl}	Permeabilidad relativa del líquido en el gas	q	Calor (W)
k_{rg}	Permeabilidad relativa del gas en el líquido	x_{v_∞}	Fracción molar de vapor en el aire (mol/mol)
K_g	Permeabilidad absoluta de gas (m ²)	x_v	Fracción molar de vapor en la superficie de intercambio (mol/mol)
K_l	Permeabilidad absoluta del líquido (m ²)		
K	Constante de GAB		
P_{atm}	Presión atmosférica (Pa)		

Índice de figuras

<i>Figura 2.1 Tronco de madera suave.....</i>	<i>9</i>
<i>Figura 2.2 Estructura de la madera suave.....</i>	<i>9</i>
<i>Figura 2.3 Corte seccional de un pit.....</i>	<i>10</i>
<i>Figura 2.4 Estructura microscópica de la madera de poros difusos.....</i>	<i>11</i>
<i>Figura 2.5 Micro estructura de la madera de anillos porosos.....</i>	<i>12</i>
<i>Figura 4.1 Túnel de secado.....</i>	<i>19</i>
<i>Figura 5.1 Elemento infinitesimal en una dimensión.....</i>	<i>27</i>
<i>Figura 5.2 Diferentes escalas en medio poroso.....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 5.3 Fases en el Elemento de Volumen Representativo.....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 5.4 Elemento de volumen representativo.....</i>	<i>38</i>
<i>Figura 5.5 Variación de la densidad del elemento de volumen representativo.....</i>	<i>39</i>
<i>Figura 5.6 Transición entre las diferentes fases.....</i>	<i>41</i>
<i>Figura 5.7 Permeabilidad relativa en función de la saturación.....</i>	<i>44</i>
<i>Figura 5.8 Presión capilar en función de la saturación.....</i>	<i>45</i>
<i>Figura 5.9 Diagrama general de las isothermas de sorción.....</i>	<i>50</i>
<i>Figura 5.10 Arreglo experimental en el túnel de secado y geometría a modelar.....</i>	<i>53</i>
<i>Figura 6.1 Contenido de humedad en las probetas de madera.....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 6.2 Cinéticas de contenido de humedad Experimentales.....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 6.3 Perfiles de temperatura en la madera.....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 6.4 Grafica de contenido de humedad reducido en función del tiempo a diferentes temperaturas.....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 6.5 Rapidez de secado reducida.....</i>	<i>61</i>
<i>Figura 6.6 Comparación de los datos del modelo de la CCS con los experimentales.....</i>	<i>63</i>

<i>Figura 6.7 Comparación de las cinéticas y perfiles de temperatura experimental (50 °C) contra el modelo fenomenológico.....</i>	<i>64</i>
<i>Figura 6.8 Comparación de las cinéticas y perfiles de temperatura experimental (60 °C) contra el modelo fenomenológico.....</i>	<i>65</i>
<i>Figura 6.9 Comparación de las cinéticas y perfiles de temperatura experimental (70 °C) contra el modelo fenomenológico.....</i>	<i>65</i>
<i>Figura 6.10 Comparación de las cinéticas y perfiles de temperatura experimental (80 °C) contra el modelo fenomenológico.....</i>	<i>66</i>
<i>Figura 6.11 Contenidos de humedad en el espesor de la madera cada 2 horas-Exp 60 °C.....</i>	<i>68</i>
<i>Figura 6.12 Temperatura en el espesor de la madera cada 30 min-Exp 60 °C.....</i>	<i>69</i>
<i>Figura 6.13 Densidad del aire en el espesor de la madera cada 2 horas-Exp 60 °C.....</i>	<i>70</i>
<i>Figura 6.14 Saturación del líquido y coeficiente de conductividad Térmica- Exp a 60 °C.....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 6.15 Presión capilar y permeabilidad relativa (líquido y gas) Exp 60 °C.....</i>	<i>72</i>
<i>Figura 6.16 Presión de vapor de saturación.....</i>	<i>74</i>
<i>Figura 6.17 Isotherma de sorción.....</i>	<i>75</i>
<i>Figura 6.18 Coeficiente de difusión del agua ligada.....</i>	<i>76</i>
<i>Figura 6.19 Presión de vapor en el espesor de la madera, cada 2 horas.....</i>	<i>77</i>
<i>Figura 6.20 Presión del aire en el espesor del material, cada 2 horas.....</i>	<i>78</i>
 Anexos	
<i>Figura A 1 Constantes de GAB en función de la temperatura.....</i>	<i>89</i>
<i>Figura A 2 Isothermas de sorción de Pino.....</i>	<i>90</i>
<i>Figura A 3 Residuales entre datos experimentales y del modelo CCS, experimento a 50 °C.....</i>	<i>92</i>
<i>Figura A 4 Residuales entre datos experimentales y del modelo CCS, experimento a 60 °C.....</i>	<i>93</i>
<i>Figura A 5 Residuales entre datos experimentales y del modelo CCS, experimento a 70 °C.....</i>	<i>93</i>
<i>Figura A 6 Residuales entre datos experimentales y del modelo CCS, experimento a 80 °C.....</i>	<i>94</i>

Índice de tablas.

<i>Tabla 4.1 Factores del Proceso de secado.....</i>	<i>20</i>
<i>Tabla 4.2 Factores y niveles en Experimentos de secado.....</i>	<i>20</i>
<i>Tabla 4.3 Elementos del proceso de secado.....</i>	<i>21</i>
<i>Tabla 4.4 Experimentos de secados y muestras aleatorias.....</i>	<i>21</i>
<i>Tabla 5.1 Ecuaciones de conservación</i>	<i>54</i>
<i>Tabla 5.2 Ecuaciones de Subdominio.....</i>	<i>54</i>
<i>Tabla 5.3 Ecuaciones de contorno.</i>	<i>55</i>
<i>Tabla 5.4 Propiedades de transporte.....</i>	<i>56</i>
<i>Tabla 6.1 Parámetros del modelo de la curva característica.....</i>	<i>62</i>
Anexos	
<i>Tabla A 1 Constantes de GAB.</i>	<i>88</i>

Capítulo 1 Introducción

México tiene grandes recursos forestales, ya que cuenta con una amplia variedad de especies de maderas y una gran superficie explotable. En el 2004, México contaba con una superficie de 568,700 Km² de superficie arbolada, la superficie forestal nacional total en ese año fue de 21.5 % de bosque y un 18.7 % selva, distribuidos en todo el territorio nacional(2005).

El pino es la especie más aprovechada en México, ocupa el 76.1 % de la producción nacional (SEMARNAT, 2006) correspondiente a un valor de 5 355 millones de pesos, que es el 83.7 % del valor total de la producción.

Una de las operaciones claves en el proceso de transformación de la madera es el secado, ya que mejora muchas de las propiedades físico-químicas del producto (Perré y Turner, 2006). Sin embargo en México sólo un porcentaje reducido de industrias lo realiza, debido a que no se cuenta con la tecnología adecuada, además que genera costos de producción por la incorporación de energía al proceso(Forster et al., 2004).

En este trabajo se presenta la metodología que habrá de seguirse, para desarrollar un modelo matemático, basado en principios termodinámicos y fenomenológicos del secado de madera, que describa los mecanismos de transporte de humedad y energía en el proceso.

1.1 Planteamiento del problema.

El secado de madera se ha convertido en un proceso vital para el desarrollo del sector maderero y mueblero, debido a que mejora la calidad del producto, disminuye los costos de transporte, mejora la estabilidad dimensional, facilita el acabado y su transformación secundaria. Además la madera

húmeda sufre degradación por hongos, lo que disminuye su valor en un 50%. En construcción de casas la madera seca confiere propiedades de aislamiento térmico y eléctrico (Turner, 1996).

Existen diferentes sistemas de secado de madera, entre los más utilizados podemos encontrar, el secado natural, secado en cámaras convencionales, en cámaras deshumidificadoras, de radiación solar, y también nuevas tecnologías como secado en cámaras de vacío y secado por radiofrecuencia (Turner y Perré, 2004). Los métodos más prácticos y más utilizados son los convencionales y por deshumidificación. También podemos encontrar secadores solares, que pueden llegar a alcanzar temperaturas de 40 hasta 100° C. Este tipo de secador reduce los costos de secado, sin embargo se incrementan los tiempos de operación, y está sujeto a condiciones ambientales (Turner *et al.*, 1998; Víglaský *et al.*, 1987).

En los últimos años el modelado de los procesos de secado ha sido una herramienta eficaz para su optimización, pues acoplan la física del secado de los materiales con las condiciones propias del secador. Los modelos asocian, balances de energía, de masa y de momento, que pueden ser expresados como ecuaciones diferenciales y resueltos numéricamente, para obtener soluciones específicas en cada problema.

Estos modelos matemáticos aplicados al secado de materiales están divididos principalmente en tres grupos; modelos empíricos aplicados a procesos específicos, modelos difusivos de transferencia de masa y calor que llevan ecuaciones simultáneas y modelos conocidos como comprensivos, los cuales involucran ecuaciones diferenciales de transporte de masa, calor y momentum, con fundamentos termodinámicos, estos modelos son también conocidos como fenomenológicos (Turner y Perré, 2004).

Una de las necesidades actuales es el ahorro de energía y la mejora de la calidad del producto final, principalmente de materiales biológicos como la madera, en donde los modelos matemáticos tienen un papel importante en la optimización del proceso de secado de madera. Actualmente en México son escasos los trabajos de investigación orientados al estudio del secado de madera, y aun menor la cantidad de trabajos orientados a la física y modelado matemático. La gran parte de estos trabajos son empíricos y carecen de un análisis basado en principios físicos.

En el presente trabajo se propone desarrollar un modelo semi-empírico basado en el método de la curva característica de secado (CCS) y desarrollar y resolver un modelo fenomenológico (o fenomenológico) basado en las leyes fundamentales de transferencia de masa y calor. La

comparación de ambos modelos y su solución, aportarán mayores elementos de discusión y análisis del secado de madera.

1.2 Antecedentes.

Actualmente existen estudios sobre el secado de madera, desde modelos empíricos hasta fenomenológicos.

Un ejemplo de modelos empíricos es el Método de la curva característica (CCS), que modela la cinética de secado partiendo de datos experimentales y de la conceptualización de diferentes fases de secado, considerando una rapidez de secado de referencia y estableciendo la hipótesis de que los mecanismos dependen principalmente del potencial de humedad reducido (Jannot *et al.*, 2004).

Existen también modelos difusivos basados en la ley de Fick, los cuales suponen que el transporte de humedad es controlado por el gradiente de concentración en el material, afectado por un coeficiente de difusividad efectiva de masa (Krabbenhoft y Damkilde, 2004).

Los modelos difusivos dan una visión general de los procesos de secado y pueden aplicarse a medios porosos y no porosos, los cuales deberán tener la misma geometría y estar a temperatura constante. Coumans (2000), desarrolló un modelo difusivo para describir el comportamiento del secado de madera considerándolo como un medio poroso. Este modelo resultó ser una mala aproximación a los datos reales, por lo cual el autor recomienda seguir estudiando y validar dicho modelo con datos experimentales.

Otro ejemplo de modelo difusivo es el de Ormarsson *et al.* (1999), quienes elaboraron un programa de elemento finito para madera aserrada, con el fin de investigar los factores que intervienen en las deformaciones de la madera, durante el secado. La humedad es considerada uno de estos factores. Por lo tanto ellos consideran que el transporte de agua en este modelo está regido por difusión en dos direcciones.

Ahora bien, el tercer grupo de modelos, son llamados modelos fenomenológicos. Estos modelos se fundamentan en conceptos de transporte en medios porosos, considerando diversos fenómenos de transporte que son escritos como ecuaciones de conservación de masa y energía para cada fase (sólido, líquido y gas) (Whitaker, 1977), sus principios de equilibrio están basados en la termodinámica de interfases. Estos modelos arrojan predicciones más realistas y permiten estudiar los procesos de secado desde una perspectiva más completa, permitiendo evaluar propiedades de los materiales de forma individual como los coeficientes de transferencia de masa, coeficientes de

transporte de calor, coeficientes de difusión, permeabilidad, presión capilar y algunas otras propiedades más, a diferencia de los modelos empíricos que engloban todos estos efectos y no es posible evaluarlos individualmente (Ming, 2000).

Una dificultad de desarrollar modelos para materiales de origen biológico como la madera, es que son medios porosos heterogéneos. Ahmadi, *et al.* (1998) desarrollaron un modelo matemático que asume escalas macro-poro, escala de Darcy y heterogeneidad en la escala local, con lo cual se obtienen mejores resultados en la simulación, este modelo es considerado de dispersión anómala esto quiere decir que la escala de datos no se ajusta a una dispersión homogénea (Ecuación de Fick).

La temperatura interna de la madera puede permanecer en el punto de ebullición durante el proceso de secado, la aparición de esta meseta llevó a proponer a Pang y Keey (1995), desarrollar un modelo de secado basado en el retroceso de temperatura hasta el punto de saturación de la fibra.

Turner (1996) propuso un modelo matemático en dos dimensiones el cual describe las distribuciones de contenido de humedad de la madera en dirección longitudinal y transversal, este modelo se basa en la física del secado del modelo de Perré. En él, se incorpora la diferencia de permeabilidades en dos direcciones, también considera que la madera es un medio Anisotrópico, poroso e higroscópico y no homogéneo.

Perré y Turner (2006) propusieron un modelo matemático de doble escala, que describe el secado y las interacciones del medio poroso (madera) con un secador en vacío, calentado por radiofrecuencias. Este modelo matemático incorpora la existencia de un medio poroso asociado a un modelo de secado de gran escala que se acopla a un modelo de Macro escala.

NI, *et al.* (1999) examinaron los mecanismos de transporte durante el calentamiento intensivo de madera utilizando microondas. Ellos desarrollaron un modelo fenomenológico Multi-fase con ecuaciones de transporte de calor y masa, en el que se asume que la materia también es un medio poroso, y las fases sólido líquido y gas son continuas. En este modelo el movimiento de agua líquida se debe a un gradiente de fuerzas de capilaridad.

Turner y Perré (2004), comparan dos modelos “*Traspore*” y “*Front 2D*”, con datos experimentales, el primer modelo *Traspore*, es un modelo integral capaz de simular los mecanismos de transporte de calor y masa relacionados en el proceso de secado, sin embargo el modelo *Front 2D* reduce la complejidad de las ecuaciones para dar menores tiempos de computo (Turner 1995).

En el 2005 el modelo *Traspore* fue sustituido por un modelo de tres dimensiones desarrollado por Truscott y Turner (2005) utilizando un sistema no lineal de ecuaciones diferenciales parciales, que se resuelven por método inexacto de Newton, el cual fue desarrollado con el objetivo de tener una descripción más detallada acerca de los mecanismos de transporte que se dan en el proceso de secado.

1.3 Justificación.

El pino es la especie más aprovechada en México. Ocupa el 76.1 % de la producción nacional (SEMARNAT, 2006) correspondiente a un valor de 5 355 millones de pesos, que es el 83.7 % de la producción total. Entre los primeros estados productores de pino en México encontramos a Durango, Chihuahua, Michoacán, Oaxaca y Jalisco.

El secado disminuye los costos de transporte (Colakoglu, 2009), mejora la estabilidad dimensional, disminuye el riesgo de ataque por microorganismos (hongos), facilita el acabado y su transformación secundaria. La madera húmeda sufre degradación por hongos, lo que disminuye su valor en un 50%. En construcción de casas, la madera seca confiere propiedades de aislamiento térmico y eléctrico (Turner, 1996).

El desarrollo de un modelo matemático para el secado de madera ayudará a tener una mejor comprensión de la física de secado, del transporte de agua líquida y del vapor de agua en el material, para posteriormente mejorar las condiciones de operación y por ende su calidad (Ilic y Turner 1991; Ming, 2000). Es necesario mencionar que en México no se ha desarrollado un modelo de este tipo para madera de *Pino pseudostrobus*, lo cual se considera importante por la información que la simulación numérica genera.

1.4 Delimitación del estudio.

En el presente trabajo se desarrolla un modelo semi-empírico y otro fenomenológico que describen el transporte de masa y calor 1-D, en pino subtropical (*pinus pseudostrobus*), en un proceso de secado por convección de aire caliente.

1.5 Objetivos.**1.5.1 Objetivo General**

Desarrollar un modelo matemático unidimensional que describa los mecanismos de transporte de calor y masa durante el secado por convección de aire caliente y resolverlo numéricamente.

1.5.2 Objetivos específicos.

- Estudiar y describir la física del secado de madera.
- Obtener las curvas de secado experimentales para madera subtropical a diferentes temperaturas.
- Estandarizar las curvas de secado e identificar las fases de rapidez de secado.
- Obtener un modelo basado en el método de la curva característica de secado.
- Deducir las ecuaciones de transporte de masa y calor.
- Incluir el EVR en las ecuaciones de transporte.
- Solucionar numéricamente el modelo.
- Validar los modelos.

1.6 Hipótesis.

La definición y escritura de la presión capilar basada en un equilibrio termodinámico, permitirá tener un modelo más completo, que describa la transición de la fase capilar a la higroscópica.

La descripción fenomenológica de la transición en el punto de saturación de la fibra debe estar basada en un equilibrio termodinámico de la saturación del material cuando esta tiende a cero, con el fin de asegurar el buen acoplamiento en las dos fases de secado, para una mejor descripción de las cinéticas.

Capítulo 2 Estructura de la madera.

La operación del secado de madera consiste en extraer la humedad para obtener un producto sin defectos ni alteraciones, el término secado de madera se utiliza para hacer referencia a la remoción de agua, sin embargo existen otros compuestos que también se redistribuyen y pueden ser eliminados durante el proceso de secado como los azúcares de bajo peso molecular y compuestos nitrogenados, observados en algunas especies de pino escocés (Nasko, 1995). A pesar de esto en muchos de los estudios de secado de madera solo es importante la migración de agua.

2.1 Estructura de la madera.

La madera es un compuesto biológico poroso, anisotrópico y heterogéneo, que está compuesto por una serie de tubos huecos en dirección del eje del árbol unido por lignina (Perré y Turner 2001; Turner, 1996).

El componente químico principal de la madera es el agua, pero el peso seco de las paredes celulares consiste principalmente en polímeros a base de carbohidratos como lignina, celulosa y hemicelulosa. La madera está formada por cuatro constituyentes principales. Las fibras de celulosa que representan el 40 a 50 % de la madera, aproximadamente 25 % a 35 % de hemicelulosa y otro 20 a 30 % es lignina, finalmente los extractivos son impurezas orgánicas como aceites que le dan color o minerales como el sílice, que es un factor que desafilas las hojas de las sierras durante el corte de la madera. Los extractivos pueden representar hasta 10 % del total de peso de la madera. El peso de la madera seca tiene una composición de alrededor de 50% carbono, 6 % hidrógeno y 44 % de oxígeno, y trazas de otros compuestos inorgánicos (Rowell, 2005).

La madera puede dividirse en dos clases, madera-suave y madera-dura, el nombre no refleja la naturaleza del material ya que algunas maderas suaves son más duras que algunas de las catalogadas como maderas-duras, a continuación se discute la estructura de ambas, además son discutidos algunos fenómenos de transporte que ocurren durante el secado(Baronasa *et al.*, 2001).

2.1.1 Estructura a nivel macroscópico.

El tronco de cualquier árbol tiene tres funciones principales: soportar la corona del árbol; conducir minerales desde la raíz hasta la corona; y almacenar una cantidad de nutrientes para cuando sean necesitados(Zillig, 2009).

Mientras el tronco entero contribuye al soporte del árbol, solo el exterior del tronco funciona como conducción y lugar de almacenamiento (Pang y Keey, 1995). Esta porción es conocida como albura, mientras que la parte restante se le llama duramen. La anchura de la albura es una zona usualmente muy pequeña en comparación con la del duramen y rara vez excede una tercera parte del ancho total.

Los anillos de crecimiento se van formando gradualmente, cuando las células de albura se transforman a duramen, en esta transformación un número de cambios químicos y físicos toma lugar, los cuales dan al duramen un color más oscuro que la albura.

Con respecto a las propiedades de flujo de la albura y el duramen, se puede decir que la albura es significativamente más permeable que el duramen, además la porosidad de la albura es mucho más alta que la del duramen. Estos factores afectan la capacidad de cada tipo de madera para conducir agua. Sin embargo durante el secado de madera se producen severos cambios geométricos a escala microscópica, que se muestran en la permeabilidad de la madera seca, que es muy diferente que la madera verde(Gigliotti, 2004).

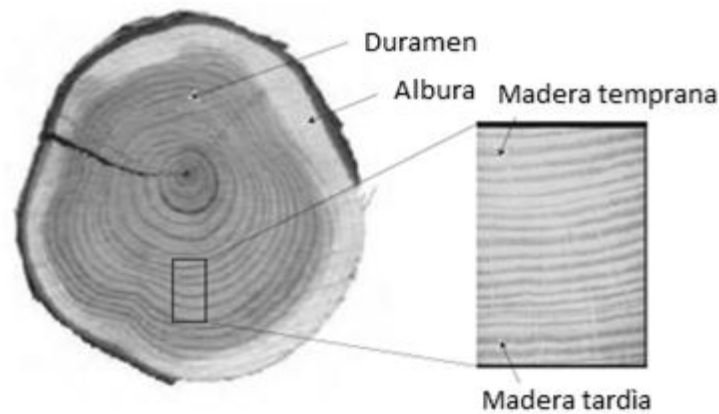


Figura 2.1 Tronco de madera suave

2.1.2 Madera suave.

La estructura de la madera suave es mostrada en la Fig 2.2, La conducción del agua toma lugar en la dirección longitudinal, que fluye a través de los pits localizados en la pared celular, la resistencia que presentan estos pits constituyen una significativa porción del total de resistencia al flujo longitudinal. En la dirección tangencial el flujo se desplaza a través de las interconexiones entre los pits, y en la dirección radial a través de las células rayo (ray cells), esto generalmente da lugar a que la permeabilidad sea ligeramente más alta en dirección radial que en dirección tangencial, a pesar de que existen muchos pits en las caras radiales, lo que facilitaría el flujo en dirección tangencial (Chen, 1997).

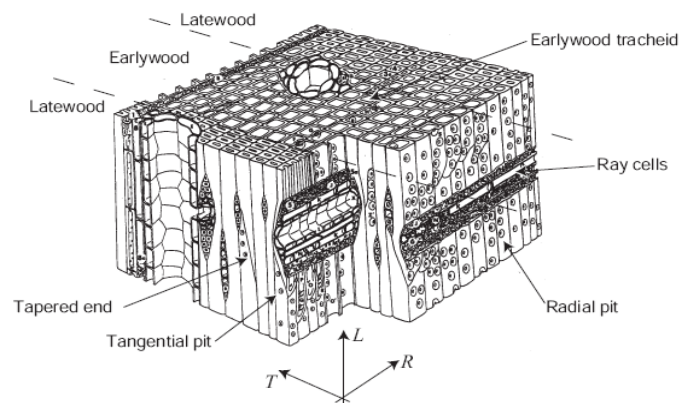


Figura 2.2 Estructura de la madera suave.

2.2.1.1 Madera temprana y Madera tardía.

Los anillos de crecimiento son claramente visibles, y son el resultado de la presencia de células con diferentes dimensiones. Al principio de la temporada de crecimiento el árbol forma células que tienen la función primaria de conducción, tales células son de pared delgada, y tiene un alto grado de conectividad. Esta madera es nombrada madera temprana la cual tiene un color claro (Krabbenhøft, 2003).

La parte más oscura de los anillos, es la madera tardía, Fig 2.1, esta consiste de células con características opuestas a la madera temprana. Su propósito tiene que ver más con el soporte que con la conducción, su configuración refleja ser mucho más densa y tiene menos pits interconectados (Matsumura *et al.*, 1997).

2.2.2.2 Aspiración Pit.

Como ya se ha dicho antes, hay diferencias marcadas en las propiedades de la madera verde y la madera seca. Por lo tanto es razonable que se asuma que la permeabilidad de la madera temprana sea mucho más alta que la madera tardía. Esto debido a que la porosidad es más alta, debido a un gran número de interconexiones entre los pits. Sin embargo esto solo se cumple en estado verde. La razón para lo anterior se debe al fenómeno que tiene que ver con la aspiración pit (Usta, 2005). Los pits interconectados entre las células tienen una estructura como se muestra en la Fig 2.3

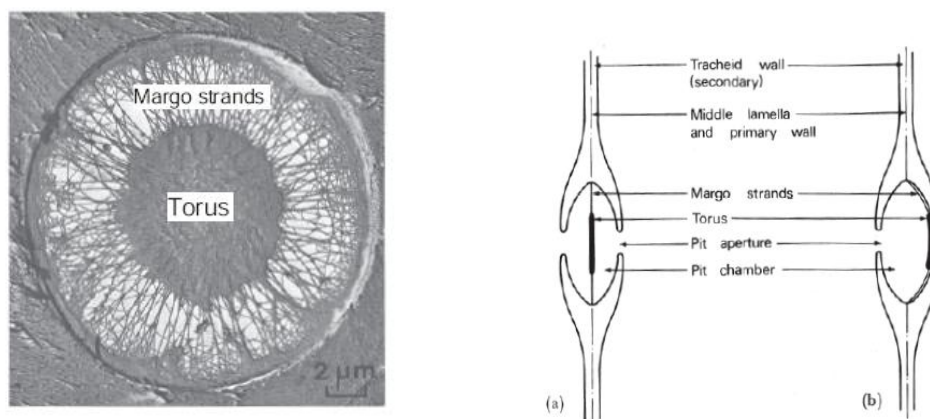


Figura 2.3 Corte seccional de un pit.

En estado verde el torus del pit puede desplazarse del hilo del margo y posicionarse en medio de la cámara del pit bloqueando el flujo. Lo anterior puede llegar a tal grado que el pit queda

completamente cerrado. Subsecuentemente el torus permanece en posición deflactada sujeta por fuertes enlaces de hidrogeno entre el torus y la pared celular. La aspiración pit es irreversible, de tal manera que volver a mojarlo solo causa reducción parcial en el número de pits aspirados.

Hay diferencia entre la aspiración pit entre madera temprana y madera tardía, se puede observar que esta es mucho menor en madera tardía, lo cual es atribuido al endurecimiento del los hilos del margo en la madera.

2.1.3 Madera dura.

La estructura de la madera dura es muy diferente, sin embargo hay mucha variabilidad entre especies. En general, se pueden identificar dos tipos de madera dura de anillo poroso y de poros difusos.

En la Fig 2.4 se puede observar la estructura microscópica de la madera dura de poros difusos. Para este tipo de madera el tamaño de poros no cambia mucho con respecto a los anillos de crecimiento y hay una distribución igual de los vasos, los cuales tienen células de diámetro mucho menor a su alrededor. Como en las maderas suaves las células rayo provén la dirección del flujo radial. En la dirección longitudinal el flujo toma lugar a través de los vasos. Esto hace que las maderas duras sean mucho más permeables en dirección longitudinal que las maderas suaves. El flujo tangencial es también debido a las interconexiones entre los pits, pero en comparación con las maderas suaves, estas generalmente son mucho más pequeñas, y al principio mucho mas impermeables. Por lo tanto existen pequeñas diferencias entre la permeabilidad de madera verde y madera seca.

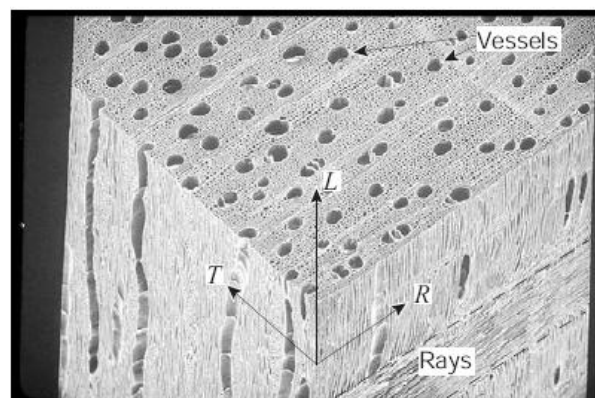


Figura 2.4 Estructura microscópica de la madera de poros difusos.

2.1.2 Madera suave.

Estructura de la madera.

La madera dura de anillos porosos tiene propiedades similares pero los anillos de crecimiento pueden ser claramente identificados como se ve en la Fig 2.5. Para ambos tipos de madera dura, la albura es más permeable que el duramen, y la madera temprana es más permeable que la madera tardía.

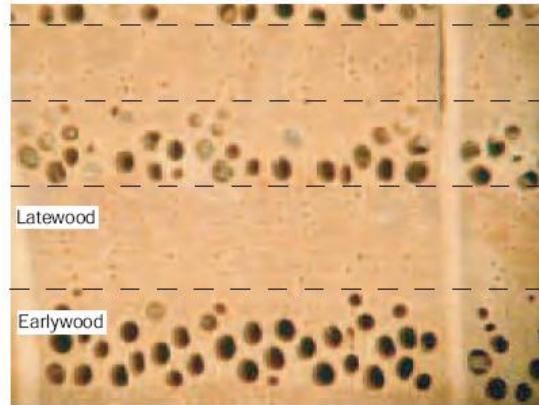


Figura 2.5 Micro estructura de la madera de anillos porosos.

Capítulo 3 Tecnologías del secado de madera

Existen diferentes sistemas de secado para la madera que se dividen en tecnologías de secado tradicional y tecnologías emergentes, en las tradicionales se encuentra, el secado al aire libre, el secado natural o por convección de aire caliente, deshumidificadores y el secado solar. Como tecnologías emergentes encontramos el secado por radiofrecuencia, secado en vacío, secado a alta temperatura (Turner y Perré, 2004).

En la industria los secadores tienen como objetivo acelerar la naturaleza del proceso, reduciendo al mínimo algunos de los impactos negativos que pueda estar asociados con el proceso (Wallace *et al.*, 2003).

3.1 Tecnologías Tradicionales

3.1.1 Uso de Aire Caliente (convencional).

En el secado de la madera con aire caliente, se trabajan con temperatura media. Cuentan con una caldera de madera o carbón, que calienta el agua de 0° C a 100° C, para luego hacer pasar el líquido por unos intercambiadores de calor o radiadores (serpentines) instalados en el interior del horno, en donde también se instalan ventiladores de gran capacidad que generan una fuerte corriente de aire caliente, gracias al paso de éste por los radiadores (Pang y Keey, 1995).

Además, están provistos de unas boquillas de aspersión de agua usadas cuando es necesario humectar o aumentar la humedad relativa de la cámara, y unas chimeneas o ventilas ubicadas en ambos extremos del horno que pueden ser abiertas o cerradas para controlar, tanto la humedad como la temperatura, que además sacan el aire “mojado” e introducen aire nuevo. En

algunas cámaras la humectación se logra con vapor de agua que cumple una doble función: calentar y humedecer el ambiente (Nasko, 1995).

En cuanto a los sistemas para medir condiciones como la temperatura y la humedad, existen una gran variedad, como el bulbo seco y el bulbo húmedo, sensores electrónicos de manejo automatizado, pero todos tienen como base el mismo principio: el equilibrio de la madera a unas condiciones ambientales, como el contenido de humedad de equilibrio (CHE). Cabe señalar que para su calentamiento, algunas cámaras de éste tipo utilizan distintos sistemas como aceite térmico, quemadores de gas o calderas de fuego directo, que son éstas últimas, las menos usuales y a la vez, las más peligrosas.

3.1.2 Secado al aire libre (Natural)

Es el sistema de secado de madera más antiguo se aplica frecuentemente en distintos lugares del mundo y para diversos casos, pero en especial cuando no se cuenta con recursos para montar otros sistemas. Consiste en colocar la madera al aire libre para que con el tiempo la madera alcance el equilibrio higroscópico del aire que la rodea (Wallace *et al.*, 2003).

Pese a lo popular de esta modalidad, el sistema tiene como principal inconveniente el elevado tiempo que demanda, difícil de establecer pues depende de variables como la cantidad de luz solar, la velocidad del viento y la exposición a puntos cardinales (Vignote-Peña y Martínez-Rojas, 2006).

Otro inconveniente es la reducida homogeneidad en los resultados pues no toda la madera seca de igual forma, razón por la que no se puede establecer con exactitud la humedad final que generalmente, no baja del 20 por ciento con éste sistema. Por último la madera al estar expuesta mucho tiempo a condiciones ambientales puede sufrir ataques por hongos causantes de la mancha azul y la pudrición.

3.1.3 Secado por Desumidificación.

Su principio se basa en crear una atmósfera seca, alrededor de la madera. Debido a que la temperatura no es elevada (< 50° C) la cámara no necesita estar protegida contra las pérdidas de calor. En el interior de la cámara hay ventiladores y deshumidificadores también llamados bombas de calor, que es un compresor que produce calor en el ciclo de compresión y frío en el ciclo de expansión. La humedad (de la cámara) se elimina por condensación sobre los serpentines fríos de la

bomba de calor. El freón es evaporado de los serpentines y luego se enfría, se elimina el aire con agua condensada del horno. El aire deshumidificado pasa a través de los serpentines para transmitir esa energía a la madera (Vignote-Peña y Martínez-Rojas, 2006).

Este tipo de secado es lento, necesita varias semanas o meses para completar el proceso, actualmente se le han incorporado resistencias que permiten subir la temperatura y con ello aumentar la rapidez del sistema. Su ventaja es el bajo consumo energético, menor riesgo en el deterioro y la menor inversión de instalación (no necesita caldera, ni aislamiento).

3.1.4 Secado Solar

El secado solar de madera se basa en el aprovechamiento de la radiación solar, que se convierte en energía calorífica, para remover la humedad de la madera. Existen varios tipos de secadores solares, dependiendo de las necesidades y tecnología disponible, de acuerdo a un estudio realizado por Ong (1999), los secadores más utilizados en la región de Asia y el pacifico son: de convección natural; convección forzada del tipo indirecto; y tipo invernadero(Murthy, 2008).

Las partes principales que componen los secadores solares son: la cabina de secado, un colector de energía solar, y un ventilador eléctrico para la circulación de aire. El modulo fotovoltaico deberá de estar instalado en la parte frontal del secador con ángulo de inclinación variable, adecuados a los diferentes ángulos de la radiación solar en las distintas épocas del año, también consta de un colector de aire acoplable un secador para precalentar el aire de entrada, él cual tiene una tapa transparente de la parte superior y aislamiento térmico en la parte inferior, para la mejor recepción de la energía (Farkas *et al.*, 1999).

El funcionamiento de la cabina de secado consiste en extraer el aire caliente que se genera en el colector, con la ayuda de los ventiladores, para introducirlo a la cámara de secado, en donde se dirige hacia las piezas de madera colocadas en el interior de la estufa, forzándolo a pasar a través de ellas.

Sus desventajas de este tipo de secado es que el proceso se desarrolla lentamente que usando cámaras convencionales o deshumificadores, además dependen de las condiciones climáticas (Vígaský *et al.*, 1987).

3.2 Tecnologías Emergentes

3.2.1 Secado en vacío

Su principio es diferente al secado convencional. Pues se utiliza una cámara a baja presión, con lo cual de acuerdo a la termodinámica se reduce el punto de ebullición del agua, facilitando la migración de humedad. Es aplicado principalmente para el secado de madera dura, pues con este método se evitan colapsos y decoloración (Perré y Turner, 2006).

Estas cámaras que, generalmente se utilizan en cargas de madera relativamente pequeñas (no sobrepasan el metro cúbico aunque también las hay de mayor tamaño) y tienen un alto costo en el mercado, ven su principal ventaja en la reducción de tiempos de proceso, aproximadamente 10 horas (Perré y Turner, 2006), en la calidad y en el ahorro energético. Comparado con otros sistemas, el secado en vacío está orientado a maderas de alto valor agregado como el encino Europeo.

3.2.2 Secado por Microondas (Radiofrecuencias)

Ideales también para cargas pequeñas, éstas operan totalmente diferente a todas las anteriores gracias a que el principio de la radio frecuencia es casi exactamente como el de un horno de microondas. El agua contenida en las células o lúmenes vibran con alta frecuencia, generando energía que evapora el agua (Turner y Perré, 2004; Zhao y Turner 2000). Gracias a este sistema se obtienen tiempos de secado verdaderamente rápidos, sin embargo, tanto el consumo de energía (único medio para su funcionamiento), como el costo de los equipos son altos.

Capítulo 4 Metodología

En la siguiente parte del trabajo se describirán, los experimentos necesarios para la validación del modelo, por lo tanto se obtendrán las curvas de secado a diferentes condiciones de operación. Además se desarrollara un modelo matemático semi-empirico que se obtendrá mediante el análisis de la rapidez reducida y el contenido de humedad reducido.

Este modelo estará basado en el “Método de la curva característica de secado”, el cual se comparará con el modelo matemático fenomenológico con el fin de validarlo. Entre sus funciones esta el fortalecimiento de la comprensión de la física del secado y la simulación de cinéticas de secado, a diferentes condiciones de temperatura (Jannot et al., 2004).

La siguiente parte del trabajo corresponde a la deducción de las ecuaciones en las que estará basada el modelo así como su solución numérica.

Por último se validará el modelo, a través de la comparación del modelo semi-empirico y de datos experimentales.

4.1. Materiales y equipo.

Se cuenta con un túnel de secado, ubicado en el laboratorio del CIIDIR-IPN unidad Oaxaca, él cual se utilizó para obtener las cinéticas de secado. Este túnel está diseñado para proporcionar un flujo de aire con velocidad y temperatura, uniforme y controlada. El aire con el que se seca, se calienta mediante dos resistencias eléctricas de 20Ω , (2.4 Kw) manteniéndose a una temperatura constante, examinada por medio de un control PID (Pérez-Gil., 2002). La medición de la temperatura se da a

través de termopares tipo J y K, conectados simultáneamente y aislados eléctricamente para reducir el error del sistema (Ray *et al.*, 2005).

La velocidad del aire se regula con un variador de frecuencia conectado al motor del ventilador centrífugo, el flujo del aire producido en el ducto en cada frecuencia del motor del ventilador se mide con un anemómetro (Marca A.B.B Drives modelo D45) para obtener la velocidad de aire requerida en el secado de madera.

El peso de la muestra, durante el proceso, es registrado por el sistema de adquisición de datos conectado a una celda (Fig 4.1.) de carga marca interface modelo SM-25 que mide la tensión que se produce por el peso de la muestra.

El túnel cuenta con un controlador automático programable, National Instruments, de la serie FP-1000, que realizó el control del proceso y la adquisición de datos en tiempo real. El controlador está conectado a un programa de computadora que registra las cantidades por medio del software LabVIEW®. Estos datos fueron concentrados en una hoja de texto Word 2003, en la que se registró la temperatura del proceso, la temperatura interior y exterior del material, la humedad relativa y el flujo de aire, además de la fecha en la que se realizó la operación (Pérez-Gil., 2002).

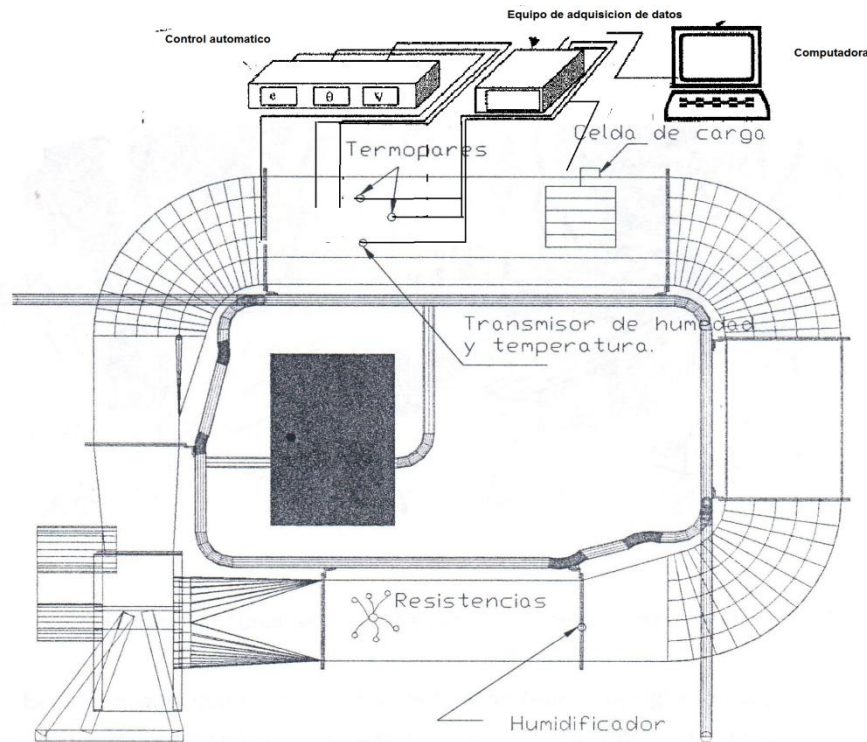


Figura 4.1 Túnel de secado.

4.2. Selección y preparación de las muestras.

Las muestras de madera verde se obtuvieron del almacén del Aserradero "Pueblos Mancomunados de la sierra Norte", que se ubica en la comunidad de Macuilxóchitl de Artigas, Carranza, situada en el Municipio de San Jerónimo Tlacoahuaya, ubicado a las afueras de la ciudad de Oaxaca.

Se seleccionaron al azar tablas de madera subtropical frescas, del almacén del aserradero, para determinar el contenido de humedad promedio de la madera, y se cortaron probetas de dimensiones de 15 cm de largo, 5 cm de ancho con un espesor de 2.54 cm, además se cortaron tablas de 27 cm de largo, 15 cm de ancho y el mismo espesor que las anteriores, con el fin de utilizarlas en los experimentos de secado. Las dimensiones de las tablas están sujetas a las dimensiones del soporte del túnel de secado y la estufa donde fueron colocadas.

Las tablas frescas de madera fueron rociadas con agua con la ayuda de un dispersor y se cubrieron con plástico impermeable para su traslado al laboratorio, en donde fueron marcadas y almacenadas a 0 °C, para evitar su degradación y pérdida de humedad.

4.3. Diseño experimental.**4.3.1. Elección de factores y niveles.**

En el secado de madera podemos encontrar diferentes factores que influyen en la remoción de agua en el material, en general están divididos en propios del material y del proceso, los primeros considerados constantes. Estos experimentos son comunes cuando se quiere encontrar la influencia de estos sobre la respuesta. Para que un experimento sea exitoso es necesario conocer los factores importantes, los intervalos en los cuales deben hacerse variar estos factores, la cantidad adecuada de niveles por usar, y las unidades de medida apropiadas para estas variables (Montgomery, 2002).

Tabla 4.1 Factores del Proceso de secado.

Factores	Medibles	controlable
Tipo de secado	cualitativo	x
Secuela de secado.	cualitativo	x
Temperatura	x	x
Humedad relativa	x	---
Velocidad del aire	x	x
Posición de las muestras	x	x
Dimensiones de las muestras	x	x

Sin embargo existen valores óptimos de algunos de estos factores. Gran cantidad de trabajos han aportado los parámetros de secado industrialmente recomendables. En nuestro caso nos interesamos en variar la temperatura del proceso (Perré y Turner, 2001). La velocidad del flujo de aire es constante, y fue establecida en un rango de 2-2.5 m/s según la recomendación de Skaar (1988).

En este trabajo los niveles de temperatura establecidos son, 50, 60, 70 y 80°C

Tabla 4.2 Factores y niveles en Experimentos de secado.

factores	Niveles	
Temperatura	50 °C	
	60 °C	Usuales en el secado industrial de madera
	70 °C	
	80 °C	

Tabla 4.3 Elementos del proceso de secado.

Factores	niveles	Efecto variable respuesta	unidades
Temperatura	50 °C		
	60 °C	Peso-CH	Kg agua/Kg de materia seca
	70 °C	Usuales en el secado industrial de madera	Evolución de la temperatura interna y externa del material. °C
	80 °C		Imagen de la superficie al final del secado. Colapso. Por evaluar.
Homogeneidad			

4.3.2 Elección del diseño experimental.

Se eligió un diseño experimental uni-factorial, en donde por cada experimento las muestras son elegidas al azar. Se aplicaron 4 temperaturas diferentes cada una de ellas con su repetición, por lo tanto se realizaron un total de 8 experimentos.

La siguiente tabla muestra la serie de experimentos realizados, la temperatura del aire en el túnel y el número de muestra utilizada.

Tabla 4.4 Experimentos de secados y muestras aleatorias.

Experimento	Temperatura (°C)	No muestra	
1	50	23a	21 a
2	70	3a	19a
3	70	12a	14a
4	50	11a	15a
5	80	17a	20a
6	60	2a	5a
7	80	1a	4a
8	50	7a	9a

4.4 Determinación del contenido de humedad en la madera

Se determinó el contenido de humedad de las probetas de madera, utilizando el método gravimétrico regido por la norma DIN-52183, este método consiste en introducir las muestras en un horno a 105 ° C, aproximadamente por 30 horas o hasta obtener un peso constante(DIN, 1992).

El contenido de humedad se determinó con la siguiente formula

$$.CH = \frac{\text{Peso humedo} - \text{Peso seco}}{\text{Peso seco}} \quad (3.1)$$

4.5 Cinéticas de secado para la madera Subtropical.

Por cada corrida experimental se introdujeron dos tablas frescas en el interior del túnel, estas fueron escogidas al azar de las muestras antes marcadas. Las tablas fueron perforadas en los extremos del corte para la introducción de termopares en el centro y a un milímetro de la superficie. Los bordes fueron sellados con silicón, con el fin de asegurar un transporte de humedad unidimensional.

Las tablas de madera fueron colocadas dentro del túnel de secado, cuando las condiciones de temperatura, flujo de aire y humedad relativa alcanzaron un régimen constante. Una vez estabilizadas las condiciones de operación se introdujeron las muestras, colocando en una de ellas los termopares en dos posiciones.

Los datos del proceso se registrarán cada diez minutos por 48 horas aproximadamente, dependiendo de las condiciones de temperatura, cada experimento llega a su fin cuando el contenido de humedad promedio de las muestras alcanza el 5 %.

Capítulo 5 Modelado matemático del secado de madera

El agua en la madera puede variar de acuerdo a la especie y a las condiciones climáticas, entre un 35 y 200 % aproximadamente. El contenido de humedad en la madera puede existir en distintos estados; como agua libre en las cavidades celulares; agua ligada higroscópicamente adherida a las paredes de las células; vapor de agua en las cavidades celulares o lúmenes; o agua constitutiva en composición química con las paredes de las células (Turner, 1996; Turner y Perré, 2004). La cantidad total de agua en la madera es la sumatoria del agua de constitución, higroscópica y el agua libre.

5.1 Física del secado de madera.

Solo el agua libre, ligada y vapor de agua pueden eliminarse durante el secado. Los mecanismos de transporte básicos que permiten el movimiento de humedad en el proceso de secado son el flujo del líquido debido a la capilaridad, la difusión del vapor de agua, la convección de vapor suelto en un flujo de gas (aire) y difusión del agua ligada.

En el secado el punto en donde la humedad de la madera queda en equilibrio con la humedad del ambiente se denomina humedad de equilibrio higroscópico CHE, en este contenido de humedad se equilibran las fuerzas de adsorción de la madera con la fuerzas desecante del aire (Eitelberger y Hofstetter, 2010; Skaar, 1988). También se puede definir como el porcentaje de humedad que alcanzaría una madera a lo largo del tiempo, sometida a unas ciertas condiciones de humedad y temperatura del medio ambiente.

Las condiciones del aire pueden cambiar constantemente debido a las condiciones climáticas, el punto de equilibrio CHE, también cambia constantemente, tomando agua de la madera cuando

disminuye la fuerza desecante del aire o cediendo agua a la madera cuando aumenta la fuerza desecante del aire.

El máximo CHE que puede tener una madera, cuando se le expone a un ambiente saturado de humedad es del 30%, esta es la humedad que satura todos los huecos existentes entre las fibrillas elementales, entre las micro fibrillas y entre las fibras que compone la pared celular. A ese punto de contenido de humedad se le conoce como punto de saturación de la fibra (PSF).

Los movimientos del agua en la madera se pueden dividir en dos diferentes fases en primer lugar tenemos la evaporación del agua libre o fase capilar y la fase higroscópica en donde se elimina el vapor de agua y el agua ligada (Karoglou *et al.*, 2005; Pang y Keey, 1995). Estas dos fases están divididas por el punto de saturación de la fibra (PSF).

5.1.1 Transporte capilar.

Por encima del punto de saturación de la fibra, tiene lugar el transporte capilar. El agua libre y otras sustancias en la madera se transportan a través de capilares que están interconectados, lateral y axialmente, por orificios que poseen en su interior una membrana conformada por una red de microfibras elásticas que actúan como una válvula capilar. Debido a la alta evaporación, la presión dentro de los tubos desciende hasta valores negativos (tensión) y, por esto, a través de la membrana de los orificios, se generan burbujas obstruyéndose así el flujo de la savia (Scheepers *et al.*, 2007; Skaar, 1988).

La teoría capilar supone un lecho empacado de esferas no porosas que contienen espacios vacíos. A medida que se evapora el agua, las fuerzas capilares actúan debido a la tensión entre el agua y el sólido (Plumb y Prat, 1992.). Estas fuerzas dan lugar a la fuerza impulsora para desplazar el agua a través de los poros hasta la superficie de secado. La presión capilar depende de la presión del gas y el líquido en los poro(Kang y Chung, 2009)s.

El movimiento del agua libre en las cavidades celulares, es similar al transporte de agua a través de tuberías, en que el agua que brota por un extremo es continuamente reemplazado por el agua proveniente del interior. El efecto es más pronunciado a medida que el radio capilar es de menor magnitud, este movimiento se debe a diferencias de presión y depende del tamaño de los capilares, o sea del tamaño del lumen y de las punteaduras (pits) de las células, también participa la tensión superficial del agua. De manera simplificada, la presión capilar es la diferencia de presión entre dos fases gas-líquido y se define como:

$$P_c = P_{gas(aire-vapor)} - P_{agua}$$

Donde P_c es la presión capilar que es igual a la presión del aire menos la presión del agua.

El flujo capilar originado por estas fuerzas de arrastre hace que el agua interior se mueva de una célula a otra buscando la superficie de las piezas de madera. Mientras el proceso de secado avanza el agua libre de las cavidades celulares se elimina, la humedad que permanece en la madera se encuentra en forma de vapor en las cavidades celulares o en forma de agua higroscópica en los espacios intermicelares de las paredes celulares.

La acción capilar se desplaza progresivamente hacia el centro de la madera para desaparecer gradualmente cuando el contenido de humedad de las células del interior tiende hacia el punto de saturación de la fibra.

5.1.2 Difusión del agua ligada en la pared celular y difusión del vapor en las cavidades celulares.

Cuando cesa la acción capilar, la casi totalidad de las cavidades celulares solo contiene aire y vapor de agua, generándose una presión de vapor que será tanto más grande cuando más elevado sea el contenido de vapor en dichas cavidades, alcanzando su máximo valor hacia el centro de la pieza y decreciendo en el contorno. Además la temperatura en la superficie del material comenzará a incrementarse cuando termine la fase de evaporación de agua libre (Pang y Keey, 1995).

La diferencia de presión de vapor entre los puntos, llamada gradiente de presión de vapor, es la responsable de que la humedad de la madera, en fase gaseosa, migre de las zonas interiores hacia las exteriores que tienen una presión de vapor menor (Perré, 1999).

El movimiento de agua ligada por debajo del punto de saturación de la fibra, se produce como resultado de gradientes de contenido de humedad, entre los pequeños espacios microscópicos de la pared celular. Como en la pared celular las moléculas de agua están adheridas a los sitios de sorción por el enlace de hidrógeno, se requiere una mayor cantidad de energía para liberar o arrancar a las moléculas de su lugar de adhesión. Esta energía se incrementa a medida que disminuye la humedad de la madera. Al romperse el enlace, la molécula se desplaza a un nuevo sitio de sorción, hasta llegar a la superficie de evaporación (Pang y Keey, 1995).

En todo caso el transporte de agua bajo el punto de saturación de la fibra es un movimiento combinado de agua ligada y de vapor de agua. No obstante, es la difusión de agua ligada la que más contribuye al movimiento transversal de agua durante el secado de la madera (Whitaker, 1977). La difusión de vapor, ocasionada por gradientes de presión de vapor, contribuye mejor al flujo longitudinal y su efecto en la dirección transversal es más notable, cuando la madera está más seca.

Otra propiedad de la madera de la que depende el movimiento interno de agua es la permeabilidad. La permeabilidad, juega un rol importante para el movimiento de agua capilar. Las maderas más permeables como el pino *radiata* se secan más rápidamente que las maderas de menor permeabilidad como el eucalipto y muchas otras especies nativas (Scheepers *et al.*, 2007). Además, la permeabilidad de la madera es un parámetro que depende fundamentalmente de la estructura anatómica de la madera, es decir del tamaño de las punteaduras y otras cavidades celulares. Cualquier variación de estas características anatómicas afecta la magnitud de la permeabilidad de la madera.

5.2 Modelos matemáticos para el secado de madera.

Los modelos matemáticos son analogías de una realidad física, son creados con el propósito de aproximarse a la realidad de la mejor manera.

Un modelo matemático describe las propiedades y características de un sistema real en términos de variables matemáticas y operadores, y puede ser validado con datos experimentales (Vignote-Peña y Martínez-Rojas, 2006).

Los modelos matemáticos son usados en productos, diseño de equipos e investigación, alguna de las ventajas del uso de modelos son: La reducción del número de experimentos, de esta manera se reduce tiempo y gastos; también proporcionan una mayor comprensión del proceso; optimiza el proceso; y tiene capacidad de predicción; además facilita los procesos de automatización y capacidad de control (Turner y Perré, 2004)

5.2.1 Modelos Empíricos.

Los modelos empíricos son correlaciones que se obtienen de datos experimentales que después son validados. Estos modelos se aplican a procesos específicos, dependen de la disponibilidad de datos representativos para la construcción del modelo y la validación. Con excepción de la causa y

efecto entre las variables, no se requiere conocimiento del proceso y se puede adoptar la técnica ensayo y error (Ming, 2000).

Debido a que este tipo de métodos se ajustan a determinados procesos con diferentes condiciones, en la mayoría de los casos es importante tener un contacto real con el proceso, ya que se requiere de datos experimentales, también es substancial el desarrollo de estructuras matemáticas que tengan una buena correlación entre las variables, por ejemplo: polinomiales; series contra el tiempo; circuitos neurales artificiales (Ming, 2000).

5.2.2. Modelos de tipo difusivo.

Los modelos difusivos para el secado son ecuaciones que están basadas en la ley de Fick, en los que se asume que el transporte de humedad en la madera se rige por diferencias de concentración de humedad y la transferencia de calor en la madera puede suponerse como conducción (Wan y Langrish, 1995)

En comparación con los modelos fenomenológicos es más fácil formular un modelo conceptual de tipo difusivo que describa el transporte de humedad (Krabbenhoft y Damkilde, 2004). El requisito básico es que se respete el principio de conservación de masa, considerando el caso de una dimensión se puede utilizar la siguiente ecuación.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial x} \quad (5.2.1)$$

Donde $-\frac{\partial J}{\partial x}$ es el flujo de masa neto que sale de un infinitesimal elemento como se muestra en la

Fig 5.1 y C es la masa de agua por unidad de volumen de poro del material.

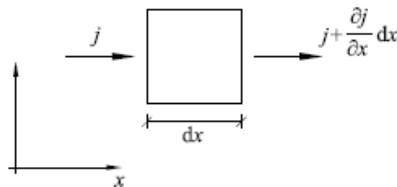


Figura 5.1 Elemento infinitesimal en una dimensión.

Después se necesita una expresión para el flujo en relación con el contenido de humedad C . Como primera aproximación esta es proporcional a un gradiente de contenido de humedad con un factor de proporcionalidad D .

$$J = -D \frac{dC}{dx} \quad (5.2.2)$$

Insertando la ecuación 5.22 en la ecuación 5.2.1 se obtiene la ecuación clásica de difusión.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-D \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (5.2.3)$$

Esta ecuación tiene numerosas analogías en todas las ciencias físicas. Usualmente la variación de contenido es asumida y en muchos casos el comportamiento puede ser simulado, especialmente debajo del punto de saturación de la fibra. debido a que antes de este punto se explica mejor utilizando la ley de Darcy (Perré, 1999)

Los modelos difusivos son burdos y no profundizan en la física del problema, sin embargo son ampliamente utilizados dado que solo un parámetro del material es requerido. Aunque solo funcionen en condiciones isotérmicas.

Las fuerzas impulsoras en los modelos difusivos son expresadas en términos de la humedad como gradientes de concentración, esto significa que se agrupan todos los mecanismos de transporte de humedad en un coeficiente de difusión efectivo.

El proceso de secado de la madera puede ser descrito como un proceso difusivo en un medio Pseudo-homogéneo (Wan y Langrish, 1995). En donde la difusión efectiva puede determinarse a partir de experimentos bien acondicionados, usualmente con la velocidad del aire, humedad relativa y la temperatura constante, en los que el peso de la muestra es determinado en función del tiempo.

El coeficiente de difusión puede ser determinado por soluciones analíticas, si la difusión es constante, sin embargo en situaciones reales se sabe que varía con la temperatura y el contenido de humedad.

Dichos modelos son resueltos numéricamente por una serie de ventajas, dado que evita la solución analítica de estas ecuaciones, recurriendo a soluciones de sistemas de ecuaciones que pueden ser resueltos utilizando algebra lineal, además utilizar métodos numéricos permiten la incorporación

de condicione límite irregulares o periódicas. Tienen la capacidad de resolver ecuaciones de difusión térmica como de humedad simultáneamente y teniendo en cuenta que la capacidad térmica y el coeficiente de difusión varia con la temperatura y el contenido de humedad (Liu y Coumans, 1993), y no es necesario cuando se utiliza un modelo de dos dimensiones asumir que el contenido de humedad de la superficie tiene condiciones de equilibrio instantáneo.

5.2.3. Modelos Fenomenológicos.

Un modelo fenomenológico obedece a las leyes fundamentales de la física, los modelos actuales de secado de madera consisten en un estudio teórico de transferencia de calor y masa. La necesidad de estos modelos surge debido a la estructura de la madera, que se ajusta mejor a un modelo de dispersión anómala (Whitaker, 1977).

Se han desarrollado diferentes tipos de modelos fenomenológicos para el secado de madera, La primera diferencia entre estos modelos radica en el número de variables de estado que pueden ser utilizadas para describir un proceso, existen modelos de una variable que utilizan el contenido de humedad o algún equivalente, como potencial de agua o saturación para describir el proceso, modelos de dos variables que utilizan el contenido de humedad y temperatura (o algún equivalente como entalpía) y modelos que utilizan las anteriores mas la presión del gas, o sus equivalentes (Turner, 1996).

La segunda diferencia fundamental en los modelos de secado se encuentra en el número de dimensiones espaciales utilizadas para describir el proceso, existen modelos unidimensionales, de dos dimensiones y tres dimensiones (Truscott, 2005). Por ejemplo el momentum y las fuerzas son vectores cuantificables, y estas magnitudes tienen dirección, por lo tanto el balance de momentum puede tener efectos en tres dimensiones.

En los modelos fenomenológicos también se emplean diferentes tipos de escalas para representar el medio con el que se está trabajando, algunas escalas macroscópicas (Fig 5.2) que se pueden emplear para este tipo de modelos de secado son:

Escala macro poro que se lleva a cabo en un volumen promedio V_{α}

Escala de Darcy que se lleva en un promedio de volumen V

Escala heterogénea local que se lleva a cabo en un promedio de volumen V_{∞}

Y el depósito o escala acuífera homogénea que se lleva a cabo en una escala de longitud LH, sin volumen promedio asociado a esta longitud (Turner, 1996).

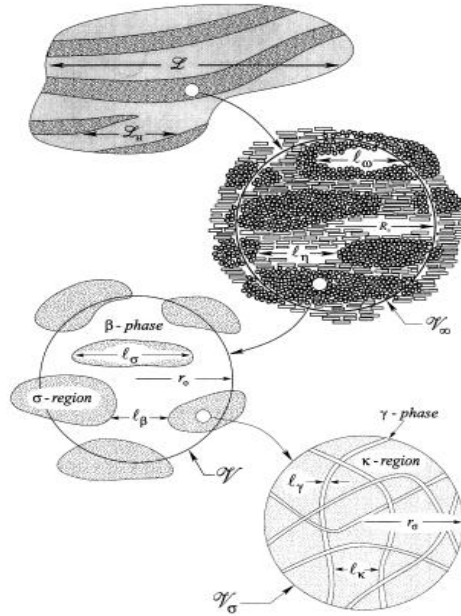


Figura 5.2 Diferentes escalas en medio poroso

En el análisis que hace Whitaker en 1997 el movimiento del líquido y vapor a través de un medio rígido poroso, es como la que se muestra en la Fig 5.3. Se considera que α representa la fase sólida, β representa la fase líquida y γ la fase gas que consiste en vapor de agua y un gas inerte usualmente aire que es insoluble en la fase β .

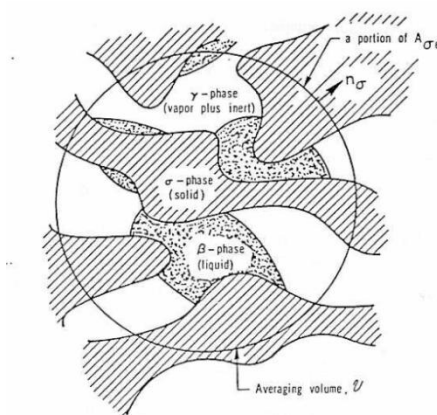


Figura 5.3 Fases en el Elemento de Volumen Representativo.

Teniendo en cuenta el concepto de esta escala se puede situar a la distribución de temperatura y humedad en función del tiempo, que son importantes en el proceso de secado. Estas cantidades pueden ser determinadas por medio de la aplicación de leyes adecuadas, de la siguiente manera.

Ecuación de continuidad.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = \mathbf{0} \quad (5.2.4)$$

Ecuación de continuidad en especies.

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{v}_i) = \mathbf{0} \quad (5.2.5)$$

Principio lineal de momentum.

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \rho \mathbf{g} + \nabla \tau \quad (5.2.6)$$

Principio de movimiento angular.

$$T = T^* \quad (5.2.7)$$

Ecuación de energía térmica.

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\nabla q + \frac{DP}{Dt} + \nabla \mathbf{v} : \tau + \phi \quad (5.2.8)$$

Donde r_i representa la producción de masa por especie, debido a la reacción química v_i representa la velocidad por especie. T es el tensor de tensión y T^* el traspuesto, τ la fuerza de cizalla, P la presión, h la entalpía por unidad de masa, y ϕ representa una fuente de radiación electromagnética.

Sin embargo en el proceso de secado la atención se centra en las ecuaciones de continuidad, y las ecuaciones de transporte de energía, el balance de cada una de estas ecuaciones se examina para cada una de estas fases alfa, beta y gama por separado.

Muchos de los sistemas requieren de la incorporación de escalas micro-poro, en las ecuaciones de transporte. Para ello es necesario utilizar el teorema de volumen promedio, para llevar información de escalas pequeñas a grandes. A continuación se describen los modelos utilizados en este trabajo. En primer lugar un modelo semi-empírico (CCS), y en segundo término el modelo fenomenológico.

5.3 Modelado del secado-Método de la curva característica de secado (CCS)

El método de la curva característica es utilizado para estandarizar las cinéticas de secado, además de modelarlas, de manera que puedan ser utilizadas a diferentes condiciones de humedad relativa, velocidad del aire y temperatura. Este método se basa en la identificación de fases, ubicadas en la rapidez de secado. Más adelante se describe la forma de obtener el modelo utilizando datos experimentales, obtenidos en el capítulo 4.

5.3.1 Dedución del modelo utilizando el método de la curva característica de secado.

El cálculo del contenido de humedad reducido (CH_r) se obtuvo con la ecuación 5.3.1, donde CH es el valor del contenido de humedad a tiempo t , CH_{cr} el contenido de humedad crítico, comúnmente el máximo durante toda la cinética, en la mayoría de experimentos es el contenido de humedad inicial (CH_i), y CH_E es el contenido de humedad de equilibrio a la temperatura y humedad relativa de cada experimento.

$$CH_r = \frac{CH - CH_E}{CH_{cr} - CH_E} \quad (5.3.1)$$

El cálculo de la velocidad de secado para cada uno de los valores de la cinética, se deduce a través de la derivada de la ecuación polinómica de orden 9, del contenido de humedad en función del tiempo de secado. Cada valor de velocidad se divide entre la velocidad máxima de toda la cinética (V_{ref}), para obtener la velocidad de secado reducida identificada como V_r .

$$V_r = \frac{V}{V_{ref}} = \left(-\frac{dCH}{dt} \right)_r = f(CH_r) \quad (5.3.2)$$

En la fórmula anterior se observa que la velocidad de secado reducida es función del contenido de humedad reducido, por lo tanto se procede a deducir una expresión matemática para toda la cinética utilizando el concepto de derivada, con las siguientes condiciones.

$$f(CH_r) = 0 \text{ si } CH_r = 0 \quad (5.3.3)$$

$$0 < f(CH_r) < 1 \text{ Si } 0 < CH_r < 1 \quad (5.3.4)$$

$$f(CH_r) = 1 \text{ si } CH_r = 1 \quad (5.3.5)$$

En las cinéticas de secado se identificaron cuatro fases, la fase 1 y 4 se desprecian en este modelo ya que su duración es muy corta (véase resultados Fig 6.5). La fase 2 $f(CH_r)$ mostró un comportamiento lineal que abarca desde CH_{r1} hasta CH_{r2} , estos valores de contenido de humedad reducido representan los puntos de transición entre las fases. La siguiente parte (fase 3) se ajustó a una función exponencial y su dominio es de CH_{r2} hasta 1.

$$\text{Si } CH_{r1} \leq CH_r \leq CH_{r2} \quad f(CH_r) = cCH_r + d \quad (5.3.6) \quad a = \frac{1}{\exp(b)} \quad (5.3.8)$$

$$\text{Si } CH_{r2} < CH_r \leq 1 \quad f(CH_r) = a \exp(-bCH_r) \quad (5.3.7)$$

En la parte exponencial se encuentra otra condición que se deduce a partir del valor de $CH_r=1$, mostrado en la ecuación 5.3.8 donde se observa que el coeficiente “a” es función de b.

Los valores de contenido de humedad reducida en los puntos de transición, han sido determinados gráficamente, y estos son $CH_{r1}=0.04$ y $CH_{r2}=0.30$ en todos los experimentos.

Tomando en cuenta lo observado la función de rapidez de secado fue calculada despreciando la fase inicial y final, además se consideró CH_{r2} , t_2 (tiempo de transición) y V_{ref} como parámetros del modelo. En los siguientes párrafos se explica la deducción del modelo.

Utilizando la ecuación (5.3.2) se obtiene una expresión de contenido de humedad en función del tiempo de secado, si despejamos esta ecuación y sustituimos la función de contenido de humedad para la fase lineal de CH_{r1} a CH_{r2} (ecuación 5.3.6) obtendremos la siguiente expresión.

$$V = V_{ref} * (c * CH_r + d) \quad (5.3.9)$$

La velocidad de secado representa la variación del contenido de humedad con respecto al tiempo por lo tanto se sustituye esta definición en la ecuación y se incorpora CH_r por la expresión que lo define (ecuación 5.3.3).

$$-\frac{dCH}{dt} = V_{ref} * \left[a * e^{\left(b \frac{CH - CHE}{CH_{cr} - CHE} \right)} \right] \quad (5.3.10)$$

Una vez establecida la ecuación diferencial se resuelve por el método de variables separables, y se calcula la constante de integración con la condición límite que se muestra abajo, obteniendo una función de contenido de humedad dependiente del tiempo (ecuación 5.3.11).

$$t=t_2 \quad ; \quad CH_r = CH_{r2} \quad ; \quad CH(t) = CHE + (CH_{cr} - CHE) * \left[\left(CH_{r2} + \frac{d}{c} \right) * e^{-\frac{c * V_{ref}}{(CH_{cr} - CHE)} t - t_2} - \frac{d}{c} \right] \quad (5.3.11)$$

Donde t_2 representa el tiempo de transición entre las dos funciones (CH_{r2}), y depende de las condiciones de secado y de la especie de madera. Ahora para integrar la siguiente fase se utilizó un procedimiento similar al anterior. Se sustituye la expresión exponencial (5.3.7) en la ecuación (5.3.2) y la ecuación de contenido de humedad reducido.

$$-\frac{dCH}{dt} = V_{ref} * \left[a * e^{\left(b \frac{CH - CHE}{CH_{cr} - CHE} \right)} \right] \quad (5.3.12)$$

Esta ecuación diferencial se resuelve por el método anterior y se obtiene la función que modela el decremento exponencial de la velocidad de secado (ecuación 5.3.13).

$$t=t_2 \quad ; \quad CH_r = CH_{r0} \quad ; \quad CH(t) = CHE - \frac{1}{b} (CH_{cr} - CHE) * \ln \left[e^{-b * CH_{r0}} + \frac{a * b * V_{ref} * t}{(CH_{cr} - CHE)} \right] \quad (5.3.13)$$

En esta ecuación, CH_{r0} es el contenido de humedad reducido inicial ($CH_r=1$, si $CH_{cr}= CH_i$). Con estas dos ecuaciones se puede modelar la cinética de secado para esta especie de madera, con las dimensiones de tabla mencionadas en el capítulo 3. Los parámetros a, b, c, d del modelo se calcularon por minimización de la suma de errores cuadráticos, utilizando la ecuación (5.3.14), en cada uno de los experimentos de secado a diferentes condiciones de temperatura y humedad relativa.

$$SE_i = \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{CH_{exp} - CH_{mod}}{CH_{exp}} \right) \right]_i \quad (5.3.14)$$

Donde n es el número de registros en toda la cinética de secado y CH_{exp} son los datos experimentales y CH_{mod} los del modelo.

5.4 Modelo Fenomenológico del secado de madera por convección de aire caliente.

5.4.1. Ecuaciones de estado y términos constitutivos

En los modelos de secado existen tres variables independientes que son comúnmente usadas: contenido de humedad W (o saturación S), temperatura T y presión total del gas P_g , todas las otras variables pueden ser expresadas en función de estas variables (Perré, 1999; Perré y Turner, 2008). A continuación se definen algunos términos constitutivos que serán incorporados en el desarrollo del modelo fenomenológico.

5.4.1.1 Porosidad.

La porosidad de un material es la relación entre el vacío total en el material o volumen del poro, y el total del volumen del material, y es considerada constante en el modelo.

$$\varepsilon = \frac{\text{volumen_de_poros}}{\text{Volumen_total}} \quad (5.4.1)$$

Existen otro tipo de fracciones que son utilizadas y se deducen a partir del concepto de porosidad por ejemplo ε_l es la fracción volumen que utiliza el líquido y esta depende de la saturación (Wu y Peng, 2009).

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 1 - \varepsilon_s \\ \varepsilon &= \varepsilon_l - \varepsilon_g \end{aligned} \quad (5.4.2)$$

Las fracciones de volumen del líquido y el gas son dadas por las relaciones

$$\begin{aligned} \varepsilon_l &= \varepsilon \cdot S \\ \varepsilon_g &= \varepsilon(1 - S) \end{aligned} \quad (5.4.3)$$

En el dominio higroscópico

$$\begin{aligned}\varepsilon_l &= 0 \\ \varepsilon_g &= \varepsilon\end{aligned}\tag{5.4.4}$$

La porosidad de un material es medida experimentalmente, existen diferentes métodos para medir la porosidad de un material, entre los más utilizados se encuentra el método de Porosimetría de mercurio.

5.4.1.2 Saturación

La saturación es la fracción volumen de espacios llenos por el líquido o por el gas.

$$S = \frac{V_{liquido}}{V_{vacio}}\tag{5.4.5}$$

La saturación es a dimensional y toma valores de 0 (cuando el medio está completamente seco) a 1 (cuando el medio está completamente saturado). En este trabajo nos referimos a la saturación (S) del líquido solamente (Perré y Turner 2001).

Si S=1 el medio está saturado de agua líquida

Si S=0, no hay agua libre en el medio

Sin embargo comúnmente se relaciona la saturación con el contenido de humedad. El contenido de humedad es la relación entre el total de masa de agua entre la masa de sólido seco del material.

$$W = \frac{Kg_de_agua}{Kg_de_sólido_seco}\tag{5.4.6}$$

Y la relación entre contenido de humedad y saturación es de la siguiente forma (Wu y Peng, 2009).

$$W = \frac{\phi \rho_l}{(1-\phi)\rho_s} S\tag{5.4.7}$$

Donde ρ_l y ρ_s son la densidad del agua y la densidad del sólido respectivamente, las variables W y S son ampliamente utilizados en este trabajo.

Los efectos de compresibilidad de la fase líquida en el secado de madera no son considerados, por lo tanto:

$$\rho_l = \rho_l^l = cte$$

En el dominio higroscópico, el contenido de agua ligada se designa como

$$W_b = \frac{\text{masa_de_agua_ligada}}{\text{masa_de_madera_seca}} \quad (5.4.8)$$

5.4.1.3 Presión del gas

La fase gas, es una mezcla de gas y vapor de agua. La presión total del gas es la suma de las presiones parciales del vapor y el aire (Turner, 1996).

$$P_g = P_v + P_a \quad (5.4.9)$$

Donde los subíndices g, v, a representan las presiones de gas, vapor de agua y aire respectivamente. Además se asume que los gases se comportan como gases ideales.

$$P_i = \frac{\rho_i RT}{m_i} \quad (5.4.10)$$

Donde

$$\rho_g^g = \rho_a^g = \rho_v^g$$

Donde $i = g, v, a$ y R es la constante de los gases ideales y m_i es el peso molecular.

Un peso molecular promedio para el gas puede ser obtenido de la siguiente forma.

$$m_g = m_a + (m_v + m_a) \frac{P_v}{P_g} \quad (5.4.11)$$

5.4.1.4 Humedad relativa

La humedad relativa HR es la relación entre la presión de vapor actual en la mezcla aire vapor P_v y la presión de saturación de vapor a una temperatura dada.

$$HR = \frac{P_v}{P_{vsat}(T)} \quad (5.4.12)$$

La humedad relativa puede tomar valores a-dimensionales desde 0 hasta 1.

5.4.2 Elemento de volumen representativo (EVR).

Uno de los conceptos importantes en el desarrollo de ecuaciones, en el proceso de secado de materiales porosos, es el concepto de *volumen promedio* o *Elemento de volumen representativo (EVR)*, introducido por Whitaker (1977).

El volumen de un material poroso rígido se puede asociar a una serie de puntos en el espacio, como se muestra en la siguiente Fig (Tsotsas y Mujumdar, 2007).

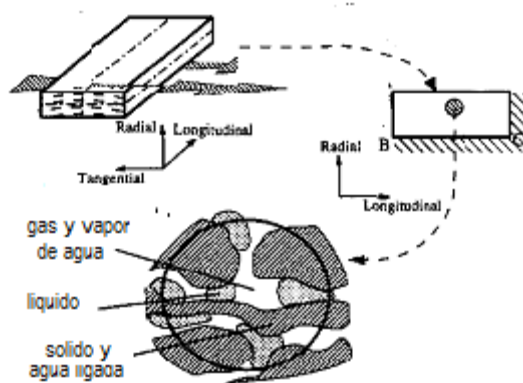


Figura 5.4 Elemento de volumen representativo.

Cada uno de estos puntos contiene las tres fases, de tal manera que el volumen promedio puede ser determinado no importa en qué lugar del dominio del material nos encontremos, este siempre contendrá las tres fases, del mismo modo el área representativa (EAR), puede ser determinada (Bear y Buchlin, 1991). El elemento de volumen representativo debe ser suficientemente grande para que las cantidades promedio sean definidas y suficientemente pequeño para evitarlas variaciones debido a los gradientes macroscópicos y configuraciones de no equilibrio a nivel macroscópico.

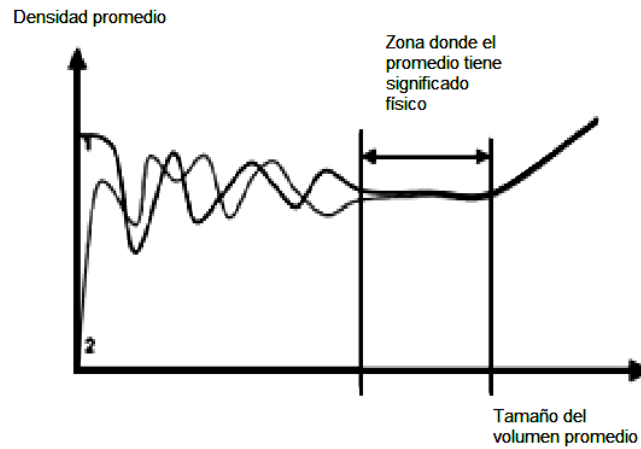


Figura 5.5 Variación de la densidad del elemento de volumen representativo.

Si la medida del tamaño ψ al valor geométrico es considerado. El volumen promedio global o de fase esta dado de la siguiente manera.

$$\psi = \frac{1}{V} \int_v \psi dV \tag{5.4.13}$$

Y la media intrínseca, limitada a una fase i (esta da un sentido físico a un tamaño específico a una fase).

$$\psi^i = \frac{1}{V} \int_{v_i} \psi dV \tag{5.4.14}$$

Esta última definición v_i es el volumen ocupado por las fases i ($i=l,g,s$) incluido en el EVR de volumen V , ambos tipos de media son tratadas de la siguiente manera (Yong *et al.*, 2007).

$$\psi = \epsilon \psi^i \tag{5.4.15}$$

El objetivo de considerar este concepto en las ecuaciones, es asumir a cada una de estas fases sólido, líquida y gas, continuas. Esta continuidad se obtiene promediando el comportamiento de las moléculas que componen las tres fases. La selección del tamaño del volumen promedio depende de los objetivos que tenga el modelo.

5.4.3 Hipótesis fundamentales. Escala macroscópica.

La madera es un medio poroso que implica tres fases distintas, una fase gaseosa, una fase líquida (agua libre) y una fase sólida, además una fase considerada como agua ligada que está higroscópicamente adherida a la fase sólida (Whitaker, 1977). Las leyes fundamentales de conservación y las leyes fenomenológicas pueden aplicarse a cada una de estas fases, al nivel microscópico. Sin embargo la complejidad de la geometría prohíbe la resolución directa de la formulación escrita a nivel de poros (Fernandez y Howell, 1997). La más utilizada consiste en integrar las ecuaciones microscópicas sobre un volumen elemental representativo (EVR) que rodea el punto considerado.

5.4.3.1 Supuestos utilizados en el modelo Fenomenológico.

Los supuestos utilizados en la formulación del modelo son los siguientes:

- Las fases sólido y gas son continuas, como es la fase líquida por encima del punto de saturación de la fibra (FSP).
- La mezcla binaria de aire y gas se comporta como un gas ideal.
- La ley de Darcy es válida para el gas y la fase líquida libre.
- La gravedad no es incluida para la fase gas y líquida.
- La fase de agua ligada es tratada como higroscópicamente ligada en la fase sólida.
- La conducción de calor se produce dentro de cada fase y puede ser tratada como constante o puede variar con la temperatura.
- La fase de energía cinética, la disipación de líquido viscoso y el trabajo realizado por las fuerzas de cuerpo son despreciables.
- Existe un equilibrio termodinámico local que permite suponer, que las medidas de temperatura de cada fase son iguales y que la presión de vapor es igual a su valor de equilibrio.

$$T_v = T_f = T$$

$$P_v = a_w \cdot P_v^{sat} \tag{5.4.16}$$

Otras simplificaciones serán consideradas en el desarrollo posterior del modelo.

5.4.4 Transporte de humedad en la madera.

Como se describió anteriormente, el agua en la madera existe en diferentes fases, para cada una de estas fases es considerada una ecuación de conservación, para un medio poroso higroscópico, del

cual se derivan un conjunto de ecuaciones de conservación (Perré y Turner 1999). Esto fue hecho de tal manera que las ecuaciones se consideran primero para un punto en el cual se presentan las tres fases, estas ecuaciones se pueden escribir de la siguiente manera.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_l \bar{\rho}_l) + \nabla \cdot (\bar{\rho}_l \mathbf{v}_l) = -\bar{m}_{lv} - \bar{m}_{lb} \quad \text{Agua libre} \quad (5.4.17)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_s \bar{\rho}_b) + \nabla \cdot (\bar{\rho}_b \mathbf{v}_b) = -\bar{m}_{bv} + \bar{m}_{lb} \quad \text{Agua ligada} \quad (5.4.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_g \bar{\rho}_v) + \nabla \cdot (\bar{\rho}_v \mathbf{v}_v) = \bar{m}_{lv} + \bar{m}_{bv} \quad \text{Vapor de agua} \quad (5.4.19)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_a \bar{\rho}_a) + \nabla \cdot (\bar{\rho}_a \mathbf{v}_a) = 0 \quad \text{Aire seco} \quad (5.4.20)$$

Donde la ρ_i son las densidades o concentraciones, de los diferentes componentes, por ejemplo densidad del la matriz sólida (s), del agua libre (l), gas (g), agua ligada (b) y aire (a), donde la fase gas se refiere a la mezcla aire vapor. Las velocidades correspondientes están dadas por v_i . Los términos de la derecha \bar{m}_{ij} describen el intercambio de masa entre las diferentes fases por ejemplo \bar{m}_{vl} describe la conversión de vapor a agua libre y viceversa, como se muestra en la siguiente figura

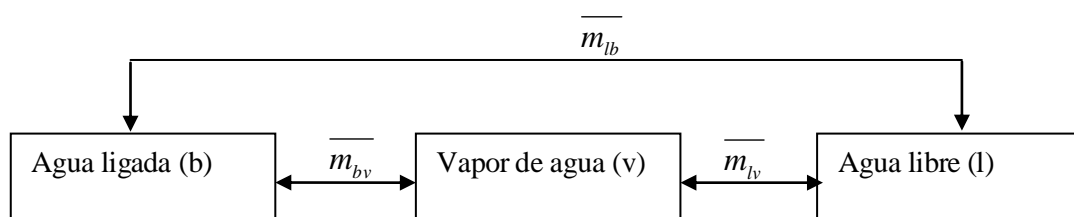


Figura 5.6 Transición entre las diferentes fases.

Comparado con los modelos difusivos podemos encontrar dos diferencias principales, en primer lugar, las fases han sido separadas de tal manera que es posible vincular diferentes relaciones constitutivas para cada fase (Turner y Perré, 2004). Por ejemplo, puede asumirse que el

movimiento de agua libre se rige por capilaridad, mientras que la velocidad de vapor puede asumirse que se rige por difusión, con la concentración de vapor como fuerza impulsora. En segundo lugar, el lado derecho de las ecuaciones muestran los términos de transición que permiten un estado de no equilibrio entre las diferentes fases.

La ecuación de conservación de Whitaker para medio poroso no higroscópico ha sido complementada para describir la transferencia de agua ligada. Más adelante se integra una ecuación que considera la conservación del aire seco de la atmosfera. Esta permite una correcta descripción de los gradientes de presión los cuales se hacen presentes durante el secado a alta temperatura. Además también es incluido un balance de energía.

5.4.4.1 Ecuaciones de conservación de masa.

Como se mencionó anteriormente, la presencia de los términos de transferencia de fase permiten un estado de no equilibrio. Sin embargo en la madera, es asumido que existe un estado de equilibrio todo el tiempo como en cualquier otro material poroso, de esta manera las tres ecuaciones pueden ser sumadas a una sola ecuación, que describe la transferencia total de agua (Krabbenhøft, 2003). Esta ecuación se escribe de la siguiente manera.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\varepsilon_l \bar{\rho}_l + \varepsilon_g \bar{\rho}_v + \varepsilon_s \bar{\rho}_b \right) + \nabla \cdot \left(\bar{\rho}_l \bar{\mathbf{v}}_l + \bar{\rho}_v \bar{\mathbf{v}}_v + \bar{\rho}_b \bar{\mathbf{v}}_b \right) = 0 \quad (5.4.21)$$

Se divide entre la densidad del sólido y obtenemos.

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\nabla \cdot \left\{ \frac{1}{\rho_s} \left(\bar{\rho}_l \bar{\mathbf{v}}_l + \bar{\rho}_v \bar{\mathbf{v}}_v + \mathbf{J}_b \right) \right\} \quad (5.4.22)$$

La ecuación de transferencia total de agua, parece ser una versión más elaborada del modelo difusivo, sin embargo la principal diferencia entre las dos aproximaciones es la separación de fases a si como las relaciones constitutivas que comprenden la contribución de cada una de las fases.

Es necesario hacer énfasis en que mientras se mantiene la suposición de equilibrio entre las fases, se puede mantener también el estado de no equilibrio y entonces postular la expresión $\overline{m_{ij}}$ con la propiedad que el sistema tienda al equilibrio con el paso del tiempo. Por ejemplo para el medio

poroso no higroscópico se puede usar una expresión que gobierne la evaporación en la superficie (Krabbenhøft, 2003).

$$m_{lv} = A * km * (\rho_{vsat} - \rho_v) \quad (5.4.23)$$

Donde ρ_v es la densidad del vapor y ρ_{vsat} es la densidad del vapor saturado la cual puede ser asumida que es igual a la presión de vapor de equilibrio. km es el coeficiente de transferencia de masa y A el área de la superficie.

5.4.4.1.1 Transporte de la fase líquida.

La relación constitutiva de agua libre se asume que sigue un comportamiento generalizado que se puede describir con la ley de Darcy para la cual la velocidad promedio de masa está dada por

$$\bar{\mathbf{v}}_l = -\frac{\mathbf{K}_l \cdot \mathbf{k}_{rl}}{\mu_l} \cdot (\nabla P_l^l + \rho_g g) \quad (5.4.24)$$

Donde g designa la fuerza de gravedad, P_l^l la presión de la fase líquida en el líquido, μ_l es viscosidad dinámica, k es la permeabilidad absoluta y k_{rl} es la permeabilidad relativa del líquido. Se ha demostrado que las fuerzas que ejerce el cuerpo debido a la gravedad son muy pequeñas y por lo tanto despreciables (Spolek y Plumb, 1981). Además los tensores de permeabilidad relativa son cruciales, sin embargo solo son conocidos a valores extremos cuando $S=1$ y $S=0$.

La determinación de estos parámetros en función de la saturación todavía tiene mucha incertidumbre. Sin embargo existen relaciones obtenidas a partir de datos experimentales que son generalizadas para todo tipo de madera. Las siguientes relaciones son utilizadas por Truscott (2005).

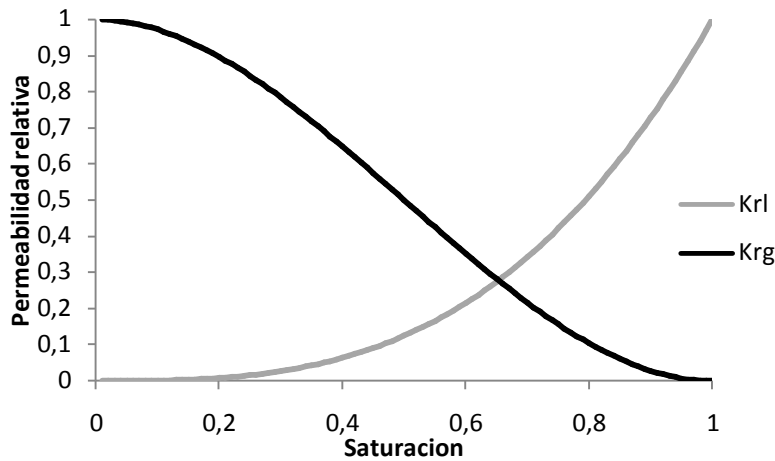


Figura 5.7 Permeabilidad relativa en función de la saturación.

$$\mathbf{k}_{rl} = S^3 \quad \mathbf{k}_{rg} = 1 + (2S - 3)S^2 \quad (5.4.25)$$

Como se puede observar mientras la saturación incrementa en el gráfico (Fig 5.7), la permeabilidad relativa del líquido en el gas decrece a la tercera potencia en función de la saturación, contrariamente al caso de la permeabilidad del gas la cual incrementa cuando disminuye la saturación, esto se debe principalmente al fenómeno ya que al secar se elimina el agua libre dejando en las cavidades vapor de agua (Turner 1995).

La presión del agua libre está descrita de la siguiente manera

$$P_l^l = P_g^g - P_c \quad (5.4.26)$$

Por lo tanto el flujo de agua libre puede escribirse de la siguiente manera, despreciando los efectos de la gravedad, debido a la permeabilidad baja del pino.

$$\rho_l \mathbf{v}_l = \rho_l \frac{\mathbf{K}_l \mathbf{k}_{rl}}{\mu_l} \nabla \cdot P_c - \rho_l \frac{\mathbf{K}_l \mathbf{k}_{rl}}{\mu_l} \nabla \cdot P_g^g \quad (5.4.27)$$

Donde el segundo término traduce el desplazamiento del líquido bajo la acción de un gradiente de presión de la fase gaseosa (Turner *et al.*, 2010).

La presión capilar se calcula a partir de datos experimentales, en función de la saturación. Para pino sureño la presión capilar se puede obtener de la siguiente forma (Kang y Chung, 2009).

$$P_c = 8.4 \times 10^4 S^{-0.63} \tag{5.4.28}$$

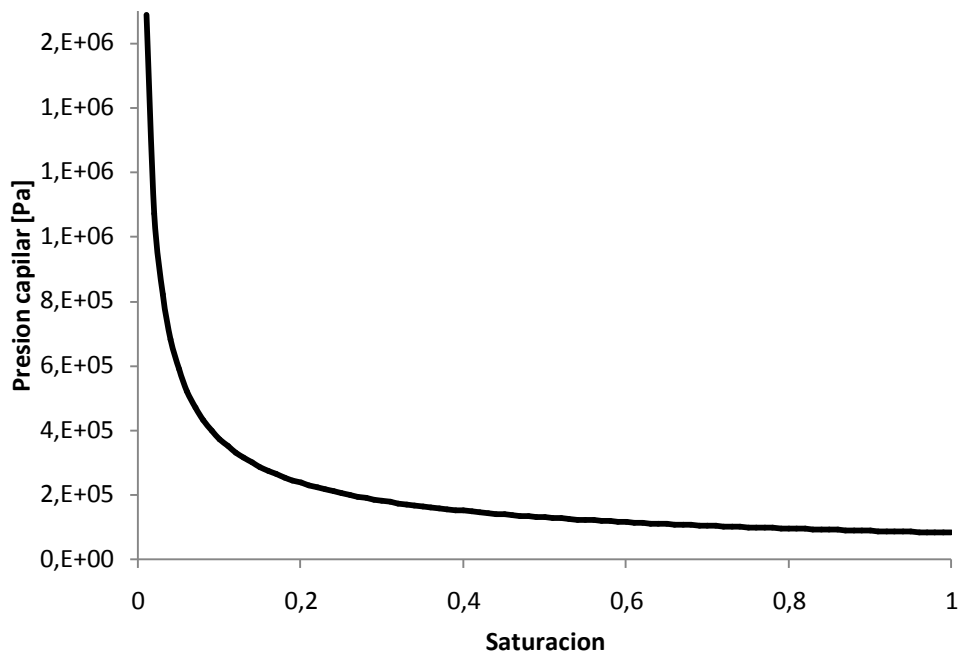


Figura 5.8 Presión capilar en función de la saturación

5.4.4.1.2 Transporte de la fase gaseosa- Vapor de agua y aire seco.

La transferencia de vapor de agua y aire puede ser descrita por la combinación de la ley de Fick y la ley de Darcy. Cuando se describe el transporte de gases como vapor de agua y aire seco es necesario considerar el transporte difusivo y por convección de las fases. Por lo tanto, las velocidades \mathbf{v}_v y \mathbf{v}_a que aparecen en las ecuaciones de conservación, son descompuestas en dos contribuciones.

$$\mathbf{v}_v = \mathbf{v}_g + \mathbf{u}_v \quad \text{y} \quad \mathbf{v}_a = \mathbf{v}_g + \mathbf{u}_a \tag{5.4.29}$$

Donde v_g es la velocidad total promedio del gas, u_v y u_a son los términos difusivos de velocidad de masa promedio. Incorporados en estas ecuaciones podemos obtener la siguiente ecuación (Krabbenhøft, 2003).

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_g \rho_i)}_{\text{acumulacion}} + \underbrace{\nabla(\rho_i v_g)}_{\text{conveccion}} + \underbrace{\nabla(\rho_i u_i)}_{\text{difusion}} = 0 \quad \text{con } i = v, a \quad (5.4.30)$$

Para el transporte por convección es usada la ley de Darcy, por lo tanto el termino $\overline{v_g}$ lo tendremos de la siguiente manera.

$$\overline{v_g} = -\frac{\mathbf{K} \cdot \mathbf{k}_{rg}}{\mu_g} \nabla \overline{P_g} \quad (5.4.31)$$

Y para la parte difusiva de transporte es usada la ley de Fick.

$$\rho_v \mathbf{u}_v = -\rho_g \mathbf{D}_{eff}^{va} \nabla \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \quad \text{y} \quad \rho_a \mathbf{u}_a = -\rho_g \mathbf{D}_{eff}^{av} \nabla \left(\frac{\rho_a}{\rho_g} \right) \quad (5.4.32)$$

De la definición de velocidad promedio de masa podemos obtener

$$\mathbf{v}_g = \frac{\rho_v \mathbf{v}_v + \rho_a \mathbf{v}_a}{\rho_g} \quad (5.4.33)$$

De esta manera.

$$\rho_g \mathbf{v}_g = \rho_v \mathbf{v}_v + \rho_a \mathbf{v}_a = \rho_g \mathbf{v}_g + \rho_v \mathbf{u}_v + \rho_a \mathbf{u}_a \quad \rho_v \mathbf{u}_v + \rho_a \mathbf{u}_a = 0$$

De lo anterior se puede concluir que.

$$\nabla \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) = -\nabla \left(\frac{\rho_a}{\rho_g} \right) \quad (5.4.34)$$

Esto implica que la difusión de vapor dentro del aire es opuesta a la difusión de aire dentro del vapor. Además para que esto pueda efectuarse los coeficientes de difusión deben de cumplir con lo siguiente.

$$\mathbf{D}_{eff}^{va} = \mathbf{D}_{eff}^{av} = \mathbf{D}_{eff} \quad (5.4.35)$$

El coeficiente de difusión binario depende principalmente de la , tortuosidad, porosidad, temperatura y presión del gas (Wook *et al.*, 2008). la siguiente relación para la difusión binaria fue tomada por Perré y Stanish (Perré, 1999).

$$\mathbf{D}_{eff} = \alpha \varepsilon \cdot \mathbf{D}_v$$

$$\mathbf{D}_v = 2.20 \times 10^{-5} \left(\frac{T}{273.15} \right)^{1.75} \left(\frac{101325}{P_g^g} \right) \quad (5.4.36)$$

5.4.4.1.3 Transporte de vapor de agua.

A través de la combinación de mecanismos anteriormente descritos podemos representar el transporte de vapor de agua con la siguiente formulación matemática.

$$\overline{\rho}_v^g \overline{v}_v = -\overline{\rho}_v^g \frac{\mathbf{K}_g \mathbf{k}_{rg}}{\mu_g} \cdot \nabla \overline{P}_g^g - \overline{\rho}_g^g \mathbf{D}_{eff} \nabla \left(\frac{\overline{\rho}_v^g}{\overline{\rho}_g^g} \right) \quad (5.4.37)$$

5.4.4.1.4 Transporte de aire seco

El flujo de aire seco se describe de la siguiente manera, este término de flujo se encuentra dentro de la ecuación de conservación de aire, con la densidad del aire como variable primaria (Wook *et al.*, 2008).

$$\overline{\rho}_a^g \overline{v}_a = -\overline{\rho}_a^g \frac{\mathbf{K}_g \mathbf{k}_{rg}}{\mu_g} \cdot \nabla \overline{P}_g^g - \overline{\rho}_g^g \mathbf{D}_{eff} \nabla \left(\frac{\overline{\rho}_a^g}{\overline{\rho}_g^g} \right) \quad (5.4.38)$$

Donde \mathbf{K}_g y \mathbf{D}_{eff} son respectivamente la permeabilidad absoluta del gas y la difusión efectiva. Estos traducen la perturbación de los movimientos por convección y difusión por el fenómeno de **Glissement**, y pueden ser obtenidos por métodos experimentales. Considerando lo siguiente.

$$\mathbf{K}_g = \mathbf{K}_l \quad (5.4.39)$$

5.4.4.1.5 Transporte de la fase de agua ligada.

El mecanismo de transporte de agua ligada en el dominio higroscópico es mal conocido y produce hasta ahora muchas investigaciones. Dos aproximaciones son generalmente retenidas. El "Hopping site model" y el modelo hidrodinámico. El primero está basado en la hipótesis que las moléculas absorbentes migran aleatoriamente de sitio en sitio hasta la superficie de los poros y se escribe de manera de un coeficiente de difusión con un gradiente motor escrito comúnmente como función de contenido de humedad. El segundo asimila que el agua ligada en la superficie se comporta como una película laminar y apela la noción de la presión de disyunción como potencial, su dominio de validez que se ejerce sobre todo en humedades fuertes y relativas contrariamente al primero (hoppin site model) aplicable esencialmente a valores pequeños de contenido de humedad. La verdadera descripción de la realidad se sitúa probablemente en las dos.

La difusión sorción es descrita por la escritura fenomenológica siguiente.

$$J_b = -\rho_s D_b \cdot \nabla W_b - \rho_s D_{bt} \nabla T \quad (5.4.40)$$

Que traduce la migración bajo el efecto de un gradiente de contenido en agua y de temperatura. Una difusión intermolecular según la ley de Fick, ponderada por un factor freno que traduce la perturbación de los choques intermoleculares por la presencia de la matriz sólida en el medio poroso.

Equilibrio higroscópico.

Por debajo del punto de saturación de la fibra existen solamente agua ligada en las paredes celulares y vapor de agua en las cavidades, por lo tanto el contenido de humedad en esta zona se rige por la isoterma de sorción, que traduce las fuerzas físicas y químicas de enlace entre el agua

absorbida y la pared sólida (Karoglou *et al.*, 2005). El contenido de humedad de equilibrio está en función de la temperatura y de la actividad de agua, que puede escribirse bajo la forma.

$$W_{eq} = f(T, aw)$$

$$aw = HR$$

Generalmente las isothermas de sorción presentan tres zonas de acuerdo al grado de fijación del agua. Desde el punto de vista molecular, el agua en el dominio higroscópico se encuentra adherido a la celulosa y hemicelulosa por medio de los grupos hidroxilo (Hill *et al.*, 2010). sin embargo no todos son accesibles a las moléculas de agua debido a que se encuentran en forma cristalina, donde los grupos se encuentran adyacentes a otras moléculas en un arreglo paralelo (Krupinska *et al.*, 2007). La zona 1 de la isoterma de sorción mostrada en la Fig 5.9, abajo es resultado de las fuerzas de Van der Waals sobre las moléculas de agua. La absorción de moléculas de agua en esta zona continúa hasta formar una mono-capa la cual cubre la superficie externa de la pared celular. La siguiente zona (zona 2) se forma cuando la primera capa es saturada, en esta zona la absorción de moléculas de agua forma una serie de capas. La isoterma en esta zona puede ser representada gráficamente como un crecimiento lineal. En la tercera zona, es posible encontrar agua en estado líquido en los capilares de la madera. Se considera que en la interface de la zona 2 con la zona 3, la absorción de agua cubre las paredes de la célula de manera homogénea, en la zona 3 el espesor de la capa es suficiente para formar agua líquida en los poros (Karoglou *et al.*, 2005).

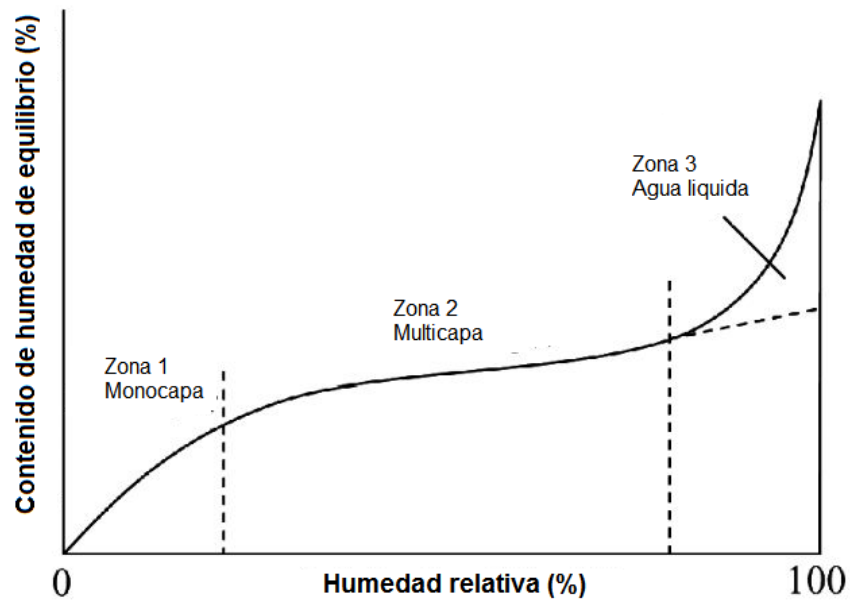


Figura 5.9 Diagrama general de las isothermas de sorción.

El método para la obtención de esta función parte de datos experimentales a una sola temperatura, dichas curvas pueden ser modeladas con la ecuación de GAB y BET, entre otras, sin embargo, se ha encontrado una mejor aproximación para todo el rango de actividades de agua con la ecuación de GAB (Sandoval-Torres *et al.*, 2010).

Para ajustar la ecuación de GAB a diferentes temperaturas es necesario encontrar la tendencia de los coeficientes, que dependen de la especie de madera partiendo de datos experimentales. (Raji *et al.*, 2009), en este caso los coeficientes mostrados son isothermas de Pino Pseudostrobus (Sandoval-Torres *et al.*, 2010). El cual tiene una densidad de 550 Kg/m³ a un contenido de humedad de 15%. (Véase [Anexo I](#))

5.4.6 Transferencia de calor en la madera.

La ecuación de conservación de entalpía toma en cuenta tres fenómenos, en primer lugar, la conducción de calor descrita por la ley de Fourier, los cambios de entalpía resultados de los cambios de fase, por ejemplo, sorción y evaporación, y finalmente la transferencia de calor por convección.

Para la formulación matemática de la conservación de calor se parte de la ecuación general de entalpía que está dada por.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_s \rho_s h_s + \varepsilon_l \rho_l h_l + \varepsilon_g \rho_v h_v + \varepsilon_g \rho_a h_a) + \nabla(\rho_l h_l \mathbf{v}_l + \rho_b h_b \mathbf{v}_b + \rho_v h_v \mathbf{v}_v + \rho_a h_a \mathbf{v}_a) = \nabla(\lambda \nabla T) \quad (4.4.43)$$

Donde se incorporó la ley de Fourier para la conducción de calor dentro del material. La expansión del término acumulativo y de convección queda de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} & \varepsilon_s \rho_s \frac{\partial h_s}{\partial t} + h_l \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_l \rho_l) + \varepsilon_l \rho_l \frac{\partial}{\partial t}(h_l) + h_l \nabla(\rho_l \mathbf{v}_l) + \rho_l \mathbf{v}_l \cdot \nabla(h_l) + \\ & h_b \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_s \rho_b) + \varepsilon_s \rho_b \frac{\partial}{\partial t}(h_b) + h_b \nabla(\rho_b \mathbf{v}_b) + \rho_b \mathbf{v}_b \cdot \nabla(h_b) + \\ & h_b \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_g \rho_v) + \varepsilon_g \rho_v \frac{\partial}{\partial t}(h_v) + h_v \nabla(\rho_v \mathbf{v}_v) + \rho_v \mathbf{v}_v \cdot \nabla(h_v) + \\ & h_a \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_g \rho_a) + \varepsilon_g \rho_a \frac{\partial}{\partial t}(h_a) + h_a \nabla(\rho_a \mathbf{v}_a) + \rho_a \mathbf{v}_a \cdot \nabla(h_a) = \nabla(\lambda \nabla T) \end{aligned}$$

Esta ecuación puede ser simplificada substituyendo algunos términos de transición de fase de las ecuaciones de conservación de masa (5.4.17-5.4.20)

$$\begin{aligned} & \varepsilon_s \rho_s \frac{\partial h_s}{\partial t} + \varepsilon_l \rho_l \frac{\partial}{\partial t}(h_l) + \varepsilon_s \rho_b \frac{\partial}{\partial t}(h_b) + \varepsilon_g \rho_v \frac{\partial}{\partial t}(h_v) + \varepsilon_g \rho_a \frac{\partial}{\partial t}(h_a) + \\ & \bar{m}_{lv}(h_v - h_l) + \bar{m}_{bv}(h_v - h_b) + \bar{m}_{lb}(h_b - h_l) \quad (5.4.44) \\ & + \rho_l \mathbf{v}_l \cdot \nabla(h_l) + \rho_b \mathbf{v}_b \cdot \nabla(h_b) + \rho_v \mathbf{v}_v \cdot \nabla(h_v) + h_a \nabla(\rho_a \mathbf{v}_a) = \nabla(\lambda \nabla T) \end{aligned}$$

Se asume una relación lineal entre la entalpía y la temperatura, de la siguiente manera.

$$h_i = h_i^o + C_{pi}(T - T^o) \quad i = s, l, b, v, a \quad (5.4.45)$$

Donde h_i^o es la entalpía del compuesto i a la temperatura estándar T^o (298.15 K). Además se asume equilibrio térmico local en todas las fases del EVR.

$$T_i = T \quad i = s, l, b, v, a$$

El termino que describe la transición de agua libre a agua ligada y viceversa se asume como.

$$\bar{m}_{lb}(h_b - h_l) = 0$$

Por lo tanto la ecuación de transferencia de calor queda de la siguiente manera.

$$\underbrace{\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}}_{\text{acumulacion}} + \underbrace{\Delta h_{vap} \bar{m}_{lv}}_{\text{evaporacion}} + \underbrace{\Delta h_{sorp} \bar{m}_{bv}}_{\text{sorcion}} + \underbrace{(C_{pl} \rho_l \mathbf{v}_l + C_{pb} \rho_b \mathbf{v}_b + C_{pv} \rho_v \mathbf{v}_v + C_{pa} \rho_a \mathbf{v}_a)}_{\text{conveccion}} \cdot \nabla T = \underbrace{\nabla(\lambda \nabla T)}_{\text{conduccion}} \quad (5.4.46)$$

Donde

$$\rho C_p = \varepsilon_s \rho_s C_{ps} + \varepsilon_l \rho_l C_{pl} + \varepsilon_g \rho_v C_{pv} + \varepsilon_g \rho_a C_{pa} \quad (5.4.47)$$

El calor latente de vaporización y de sorción es definido como

$$\Delta h_{vap} = h_v - h_l = h_v^o - h_l^o + (C_{pl} - C_{pv})(T - T^o) \quad (5.4.48)$$

$$\Delta h_{sorp} = h_v - h_b = h_v^o - h_b^o + (C_{pb} - C_{pv})(T - T^o) \quad (5.4.49)$$

Los valores de las entalpías a 298.15 K son $h_v^o = -1343$ KJ / Kg y $h_l^o = -1588$ KJ / Kg

5.4.7 Condiciones límite.

Las condiciones frontera propuestas para las superficies expuestas al secado son las siguientes (Turner *et al.*, 2010).

$$\mathbf{J}_w \cdot \hat{\mathbf{n}} = \bar{\mathbf{m}}_{lv} = k_m c M_v \ln \left(\frac{1 - x_{v_\infty}}{1 - x_v} \right) \quad (5.4.50)$$

$$\mathbf{J}_e \cdot \hat{\mathbf{n}} = \mathbf{q} + \Delta h_v \bar{\mathbf{m}}_{lv} = h(T - T_\infty) + \Delta h_v k_m c M_v \ln \left(\frac{1 - x_{v_\infty}}{1 - x_v} \right) \quad (5.4.51)$$

Donde \mathbf{J}_w y \mathbf{J}_e representan los flujos de agua líquida y energía en las fronteras respectivamente, $\hat{\mathbf{n}}$ es el vector normal unitario, h y k_m son los coeficientes de transferencia de calor y masa respectivamente, cuyos valores son determinados experimentalmente a las condiciones de secado, x_v y x_{v_∞} son las fracciones molares de vapor en la superficie de secado y en el aire respectivamente, y c la concentración molar de vapor dada por.

$$c = \frac{P_{atm}}{RT_{\infty}} \tag{5.4.52}$$

Donde T_{∞} es la temperatura de bulbo seco. La presión en la superficie es igual a la presión atmosférica $P_g^s = P_{atm}$

5.4.8 Geometría unidimensional utilizada en modelo Fenomenológico.

Se desarrolló una formulación matemática la cual representa el proceso de secado por convección de aire caliente basado en el modelo de (Whitaker, 1977), y posteriormente de (Perré y Turner 2001). Dicha formulación fue incorporada en COMSOL Multyphysic 3.4.

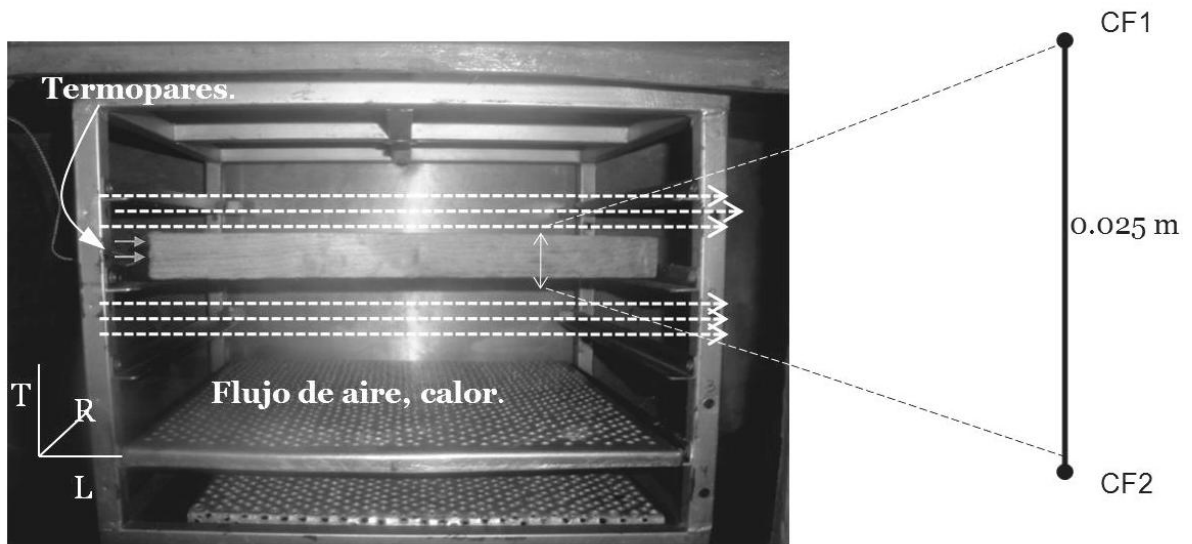


Figura 5.10 Arreglo experimental en el túnel de secado y geometría a modelar.

Debido a los arreglos experimentales, configuración de los poros y pits en la madera, además de la temperatura del aire del túnel debajo del punto de ebullición del agua, se puede suponer que el transporte de humedad se da principalmente en la dirección del espesor del material (Turner 1996). La geometría a modelar será el espesor de la madera, una línea recta (Fig. 5.10)

5.4.9 Resumen de las ecuaciones de transporte unidimensionales.

De acuerdo a lo estudiado en el capítulo 2, la transferencia de agua se da en mayor medida en el espesor de la madera, por lo que utilizaremos solo una variable de espacio(x), y el termino

gradiente de las Ecuaciones diferenciales parciales de transporte es reducido como se muestra en la tabla 5.1.

Tabla 5.1 Ecuaciones de conservación

Subdominio	Ecuación.	Variable a resolver
Conservación total de humedad	$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \cdot \left\{ \frac{1}{\rho_s} \left(\bar{\rho}_l \bar{\mathbf{v}}_l + \bar{\rho}_v \bar{\mathbf{v}}_v + J_b \right) \right\}$	W
Conservación total de aire seco	$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho}_a) + \frac{\partial}{\partial x} \cdot (\bar{\rho}_a \bar{\mathbf{v}}_a) = 0$	ρ_a
Ecuación de conservación de calor	$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \Delta h_{vap} \bar{m}_{lv} + \Delta h_{sorp} \bar{m}_{bv} +$ $\left(C_{pl} \rho_l \bar{\mathbf{v}}_l + C_{pb} \rho_b \bar{\mathbf{v}}_b + C_{pv} \rho_v \bar{\mathbf{v}}_v + C_{pa} \rho_a \bar{\mathbf{v}}_a \right) \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right)$	T

El modelo resuelve tres variables; Contenido de humedad representado en la ecuación de conservación de humedad; Temperatura en la ecuación de calor; y densidad del aire en la ecuación de conservación del aire seco. Son introducidas en Comsol Multiphysic en el modulo de EDP en la forma general para los balances de masa, y en forma de coeficientes para la ecuación de calor. Los flujos de humedad, calor y aire seco, son descritos en COMSOL en ajustes del subdominio, como se muestra en la tabla 5.2.

Tabla 5.2 Ecuaciones de Subdominio

	Ecuación y numero	Aparece en ecuación
Flujo agua	$\rho_l \bar{\mathbf{v}}_l = \rho_l \frac{\mathbf{Kk}_{rl}}{\mu_l} \frac{\partial}{\partial x} \cdot P_c - \rho_l \frac{\mathbf{Kk}_{rl}}{\mu_l} \frac{\partial}{\partial x} \cdot P_s^g$	Conservación total de humedad
Flujo de agua ligada	$J_b = -\rho_s \mathbf{D}_b \cdot \frac{\partial W_b}{\partial x} - \rho_s D_{bt} \frac{\partial T}{\partial x}$	Conservación total de humedad

Flujo de vapor	$\bar{\rho}_v \bar{\mathbf{v}}_v = -\bar{\rho}_v \frac{\mathbf{Kk}_{rg}}{\mu_g} \cdot \frac{\partial \bar{P}_g}{\partial x} - \bar{\rho}_g \mathbf{D}_{eff} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\bar{\rho}_v}{\bar{\rho}_g} \right)$	Conservación total de humedad
Flujo de aire seco	$\bar{\rho}_a \bar{\mathbf{v}}_a = -\bar{\rho}_a \frac{\mathbf{Kk}_{rg}}{\mu_g} \cdot \frac{\partial \bar{P}_g}{\partial x} - \bar{\rho}_g \mathbf{D}_{eff} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\bar{\rho}_a}{\bar{\rho}_g} \right)$	Conservación total de humedad

En la Fig 5.10 se puede observar al lado derecho la geometría a modelar. Existen dos condiciones frontera CF1 y CF2, las cuales están a la misma temperatura y por las que pasa el mismo flujo de masa (mezcla aire-vapor), a la misma velocidad de flujo de aire. Por lo tanto los ajustes de contorno de la geometría propuesta para las superficies expuestas al secado son las mostradas en la tabla 5.3.

Tabla 5.3 Ecuaciones de contorno.

Condición frontera	CF1 y CF2	Condiciones iniciales
Conservación total de humedad	$\mathbf{J}_w \cdot \hat{\mathbf{n}} = \bar{\mathbf{m}}_{1v} = k_m c M_v \ln \left(\frac{1 - x_{v\infty}}{1 - x_v} \right)$	$W_{inicial}$
Conservación total de aire seco	$P_g^g = P_{atm} \quad c = \frac{P_{atm}}{RT_\infty}$	$\rho_a \text{ inicial}$
Ecuación de conservación de calor	$\mathbf{J}_e \cdot \hat{\mathbf{n}} = \mathbf{q} + \Delta h_v \bar{\mathbf{m}}_{1v} = h(T - T_\infty) + \Delta h_v k_m c M_v \ln \left(\frac{1 - x_{v\infty}}{1 - x_v} \right)$	$T_{inicial} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$

El sistema de ecuaciones diferenciales parciales es resuelto por factorización numérica UMFPACK utilizando COMSOL Multiphysics 3.4. Utilizando una computadora con procesador AMD Athlon(tm)X2 DualCore, 2100 Mhz, con un tiempo de cómputo de 20 s.

5.4.10 Propiedades de transporte de calor y masa utilizadas en el modelo.

Para la simulación de las cinéticas de secado es necesario contar con las propiedades termo-físicas de la madera de la especie *Pinus pseudostrobus*, la cual ha sido poco estudiada. Por lo tanto, existen parámetros que aún se desconocen. Sin embargo, se han utilizado propiedades de maderas similares en densidad. Algunas de las propiedades utilizadas se muestran en la tabla 5.4.

Tabla 5.4 Propiedades de transporte.

	Valor	Fuente
Porosidad	$\varepsilon = 0.66$	Hernández y Puiggali (1994)
Punto de saturación de la fibra	$W_{psf} = 0.30$	Fuentes-Salinas (2000)
Permeabilidad absoluta	$\mathbf{K} = 1 \times 10^{-17}$	Raji <i>et al.</i> (2009)
Calor específico del sólido	$C_{ps} = 1400$	Hernández y Puiggali (1994)
Permeabilidad relativa del gas	$\mathbf{k}_{rg} = 1 + (2S - 3)S^2$	Perré y Turner (2006)
Permeabilidad relativa del líquido	$\mathbf{k}_{rl} = S^3$	Perré y Turner (2006)
Presión capilar	$P_c = 1.4 \times 10^6 S^{-0.63}$	Kang y Chung (2009)
Coefficiente de Difusión del agua ligada	$\mathbf{D}_b = 2 \times 10^{-13} \exp[5.46W + 2.54 \times 10^{-2}T]$	Colakogium (2009)
Coefficiente de Difusión del aire-vapor	$\mathbf{D}_{av} = 2.2 \times 10^{-5} \left(\frac{101325}{P_g^g} \right) \left(\frac{T}{273.15} \right)^{1.81}$	Baronasa <i>et al</i> (2001)
Coefficiente de Difusión efectiva	$\mathbf{D}_{eff} = k_{rg} \mathbf{D}_{av} (1 \times 10^{-3})$	Wook <i>et al</i> (2008)
Isotermas de sorción	$W_{eq}(T, Hr) = \frac{X_m \cdot C \cdot K \cdot Hr}{(1 - K \cdot Hr)(1 + C \cdot K \cdot Hr - K \cdot Hr)}$ $C = 0.0064 \cdot T^2 - 0.5807 \cdot T + 21.962$ $X_m = -0.0006 \cdot T + 0.0883$ $K = 0.0022 \cdot T + 0.695$	Sandoval-Torres <i>et al.</i> (2010)
Conductividad térmica de la madera	$\lambda = 0.137 + 0.386W$	Hernández y Puiggali (1994)

Capítulo 6 Análisis y discusión de resultados

En este capítulo se presentan los resultados numéricos de las simulaciones del secado de madera por convección de aire caliente. En la primera parte del capítulo se muestran los datos obtenidos de los experimentos llevados a cabo en el laboratorio del CIIDIR unidad Oaxaca, a diferentes condiciones de temperatura, manteniendo la velocidad del aire constante en todos los experimentos y no controlando la humedad relativa del túnel de secado. La segunda parte corresponde a las simulaciones utilizando el modelo desarrollado con el Método de la curva característica de secado, en esta parte se presentan la estandarización de las cinéticas de contenido de humedad y de rapidez de secado. Y la última parte de esta sección corresponde a los resultados de las simulaciones utilizando el modelo fenomenológico resuelto en COMSOL Multiphysics 3.4. Los dos modelos desarrollados son validados con datos experimentales.

6.1 Experimentos de secado.

Utilizando el método descrito en el capítulo 4, se determinó el contenido de humedad de las probetas de madera, las cuales mostraron una variación en el contenido de humedad inicial (70 a 130 %), de las probetas, y en las tablas utilizadas en las cinéticas de secado, como se muestra en la Fig 6.1, lo cual refleja la naturaleza heterogénea y compleja del material, debido a muchos factores, entre ellos la especie, diferencias entre albura o duramen, entre ramas y tronco, altura y otras causas (Skaar, 1988). Por lo cual el método de la curva característica es apropiado para analizar este tipo de materiales, pues estandariza las curvas para su análisis.

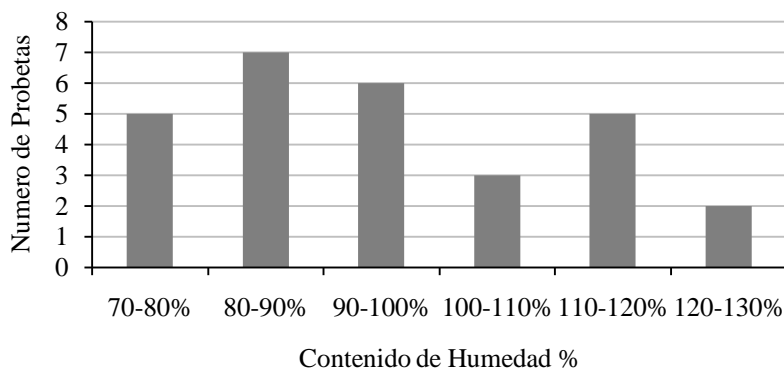


Figura 6.1 Contenido de humedad en las probetas de madera

Para calcular las cinéticas de secado, se determinó el contenido de humedad de cada registro de peso de la balanza. Las siguientes figuras (Fig 6.2) muestran las cinéticas de contenido de humedad en las muestras de madera a diferentes condiciones de temperatura del aire. Los datos experimentales de todas las cinéticas de secado a diferentes condiciones fueron tratados y ajustados a una función polinómica de orden 9, para eliminar la imprecisión de la balanza del túnel de secado.

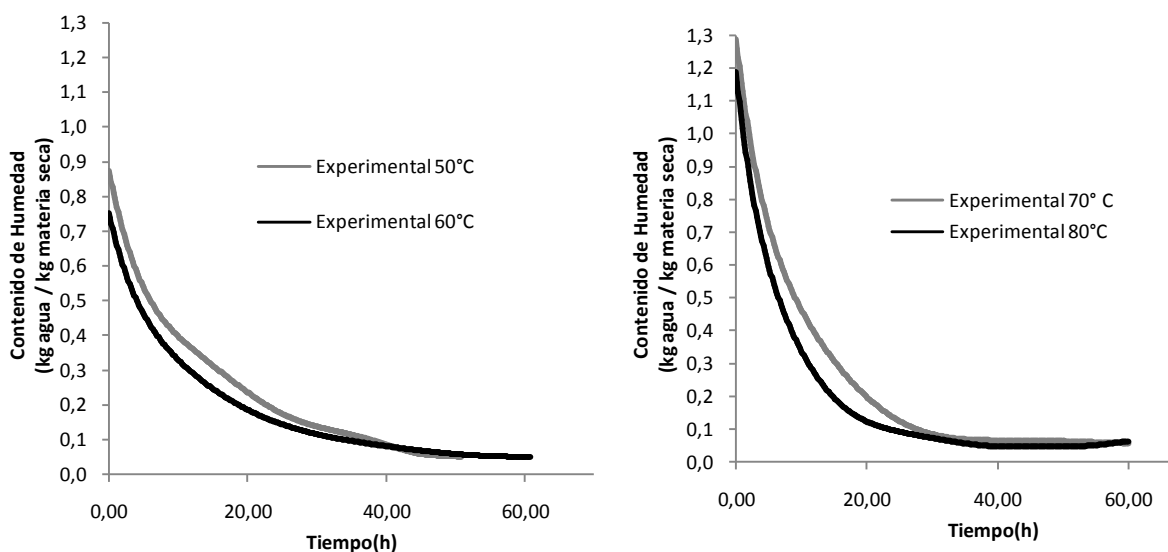


Figura 6.2 Cinéticas de contenido de humedad Experimentales.

La duración global de las cinéticas fue aproximadamente de 60 horas, y el contenido de humedad inicial de las muestras de madera varía en cada experimento. El contenido de humedad final para todas las cinéticas fue en promedio 0.05 Kg de agua/ Kg de sólido seco.

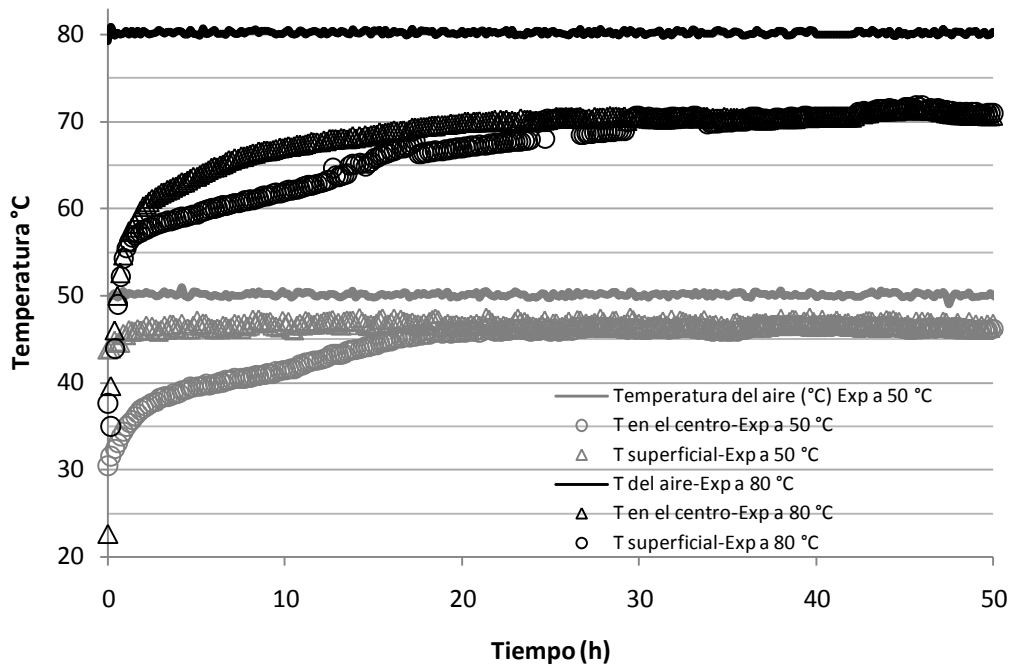


Figura 6.3 Perfiles de temperatura en la madera.

La Fig 6.3 muestra los perfiles de temperatura obtenido a dos condiciones experimentales diferentes. En ella se observa la temperatura en el centro de la madera, la temperatura superficial del material y la temperatura del aire. Podemos observar de manera general, que la evolución de la temperatura tiende a la temperatura de bulbo seco del aire. La temperatura superficial de la madera nunca llegara a ser la misma que la del aire seco debido a la conductividad térmica del material, pues no se logra eliminar el 100 % del agua contenida en este.

6.2 Resultados del modelo de la curva característica de secado.

Utilizando el método de la curva característica de secado (capítulo 4) y la ecuación de contenido de humedad reducido, se normalizaron las cinéticas de secado.

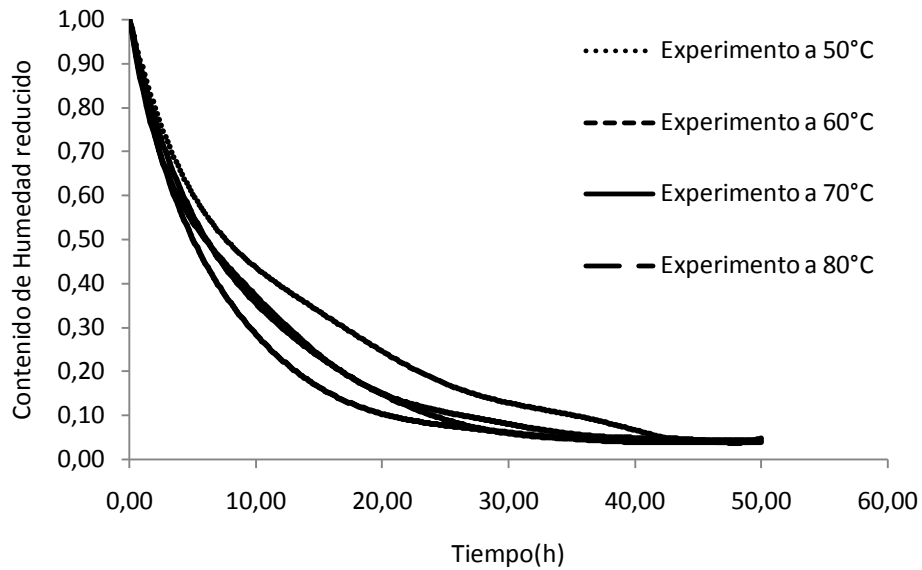


Figura 6.4 Grafica de contenido de humedad reducido en función del tiempo a diferentes temperaturas

La Fig 6.4 muestra la variación del contenido de humedad a-dimensionalizado (reducido) a diferentes temperaturas, en la cual el valor máximo para cada cinética es 1, y se pueden observar que la mayoría de curvas llegan a un contenido de humedad de 4%. Observando una clara diferencia por el efecto de la temperatura del aire.

La cinética de rapidez de secado presentó 4 fases (Fig 6.5), la primera es un pequeño incremento en la rapidez debido al aumento de la temperatura en la superficie del material (fase de calentamiento), esta fase de secado es muy pequeña en comparación con la duración total del secado, la segunda fase presenta un decremento exponencial, y la tercera un decremento lineal en la velocidad de secado, en donde las cinéticas a temperaturas de 50 y 60 °C presentan una inflexión notable entre estas dos fases, debido a que la remoción de agua libre en las cavidades celulares por capilaridad, requiere menor energía que en la fase higroscópica (fase lineal) que necesita una cantidad de energía extra para romper los enlaces que mantienen adherida a la molécula de agua a la pared celular (calor de vaporización) (NI, 1999). En las cinéticas a temperatura de 70 a 80 °C la inflexión no es muy notable, ya que a esta temperatura la presión de vapor en la fase higroscópica es alta, por lo cual la rapidez de evacuación del vapor de agua se mantiene a la misma tasa (Skaar, 1988). La fase 4 es muy pequeña y por lo tanto no es considerada.

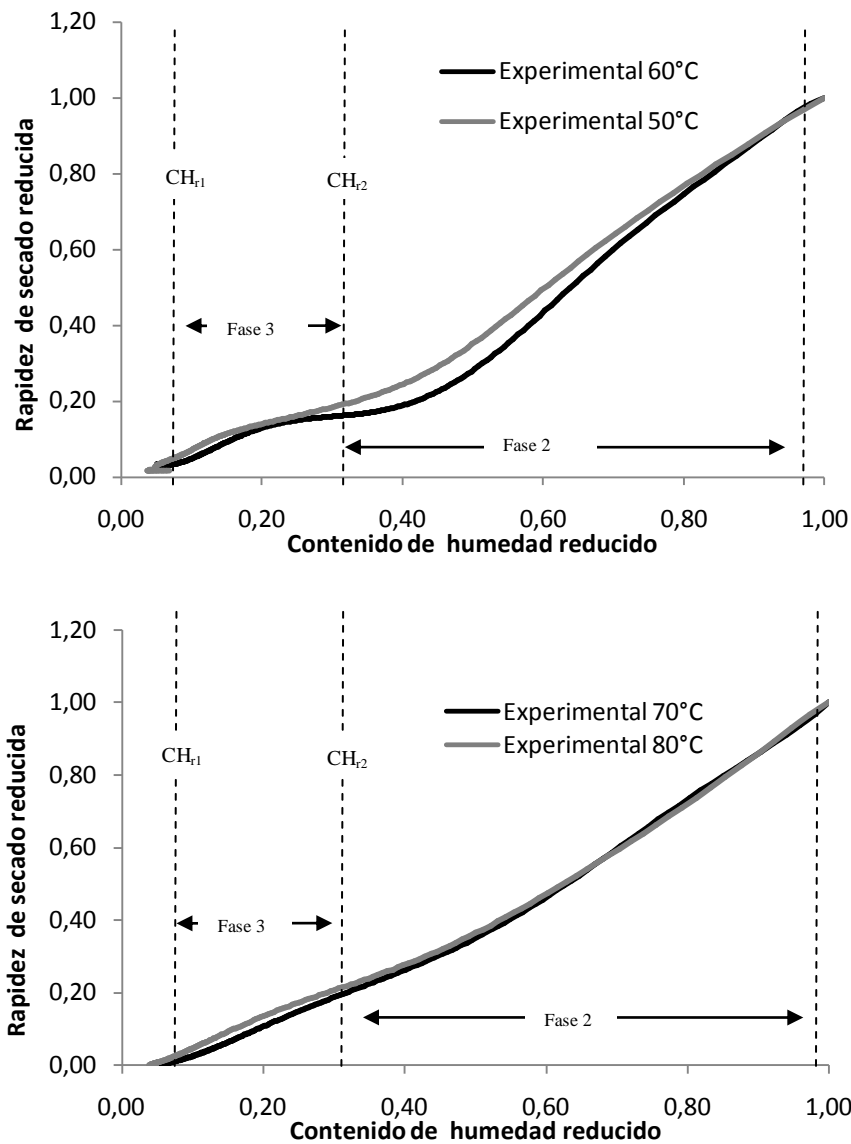


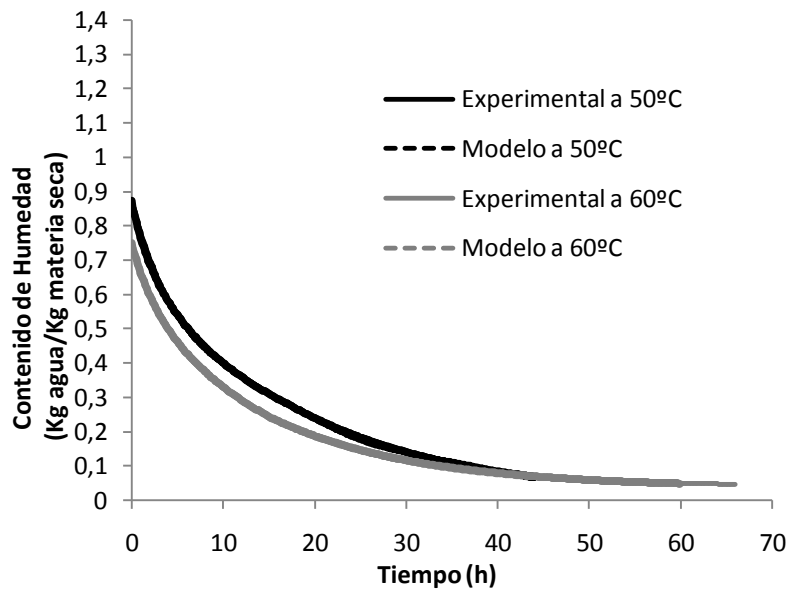
Figura 6.5 Rapidez de secado reducida

La disminución exponencial de la velocidad de la fase 2 se debe al incremento en la temperatura interna y a la eliminación de agua libre dentro del producto, como se muestra en la Fig 6.5, el incremento lineal de la temperatura interna corresponde al decremento de la velocidad en la fase 3, el cual se relaciona con la eliminación de agua ligada en la madera, la última parte corresponde a la fase de evacuación de moléculas altamente ligadas a la mono-capa (Jannot *et al.*, 2004).

En la siguiente tabla 6.1 se muestran los parámetros del modelo para un contenido de humedad reducido menor de 0.3, que corresponden a la fase exponencial y para un contenido de humedad reducida mayor o igual a 0.3 en la fase lineal.

Tabla 6.1 Parámetros del modelo de la curva característica.

Temperatura (°C)	$CH_r > 0.3$			$CH_r \leq 0.3$	
	a	b	Vref	c	D
50	0.05435	3.29029	0.09317	0.50402	0.012621
60	0.06636	2.89990	0.08921	0.52789	-0.01611
70	0.09887	2.47916	0.17391	0.92606	-0.03565
80	0.112621	2.31347	0.19406	0.74926	-0.02698



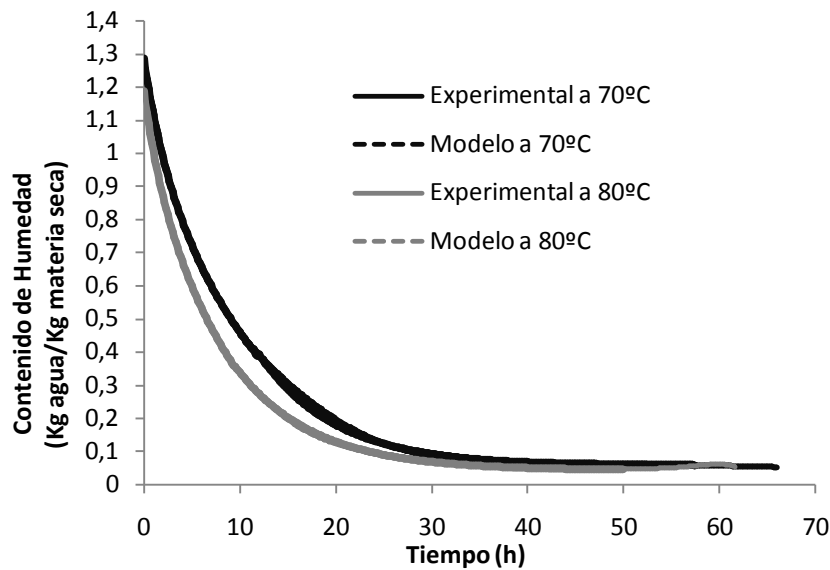


Figura 6.6 Comparación de los datos del modelo de la CCS con los experimentales

En la Fig 6.6 se muestran las cinéticas de secado experimentales comparadas con las simuladas por el modelo, a diferentes temperaturas usando los parámetros de la Tabla 6.1. El modelo simula satisfactoriamente las curvas experimentales con un máximo error de 0.023 kg de agua/ kg de sólido seco, en todas las curvas. (Véase [Anexo II](#)) Nótese que cada una de ellas comienza con un contenido de humedad inicial diferente.

Una de las ventajas de este modelo es que no requiere de las propiedades del material, para el cálculo de las cinéticas, además son pocos los parámetros utilizados en la simulación a diferente temperatura, lo que disminuye los tiempos de cómputo en la simulación, sin embargo dichos parámetros no tienen algún significado físico evidente, ya que engloban muchos factores que intervienen en el secado de madera. El modelo de la curva característica modela las cinéticas de secado promedio de contenido de humedad, con respecto al tiempo, sin embargo el contenido de humedad varía con las condiciones de secado, humedad relativa, velocidad de aire, temperatura (factores) que no están especificados en el modelo, por lo tanto dichos parámetros son específicos para ciertas condiciones de secado.

Por último, es importante mencionar que el modelo desarrollado por el método de la curva característica culminó en una publicación en la revista *Bois et forêts des tropiques* numero 306 en el 2010. (Hernández-Bautista *et al.*, 2010).

6.3 Resultados del Modelado matemático fenomenológico

6.3.1 Cinéticas y perfiles de temperatura.

En esta sección, se muestran los resultados de las cinéticas experimentales y los modelos propuestos. El modelo desarrollado utilizando la curva característica de secado, y el modelo fenomenológico, basado en ecuaciones de conservación de masa, energía, que fue resuelto numéricamente utilizando COMSOL Multiphysics 3.4. Las simulaciones se realizaron a 50, 60, 70 y 80 °C, a diferentes contenidos de humedad inicial. Con el fin de validar la exactitud de las predicciones numéricas del modelo fenomenológico, a continuación se presentan las figuras que muestran los resultados de las soluciones numéricas de nuestro modelo. Las simulaciones son comparadas con datos experimentales de evolución del contenido de humedad promedio en el tiempo. También se muestra la evolución durante el secado de la temperatura en el centro, la superficie y la temperatura del aire, los cuales también fueron simulados con el modelo fenomenológico.

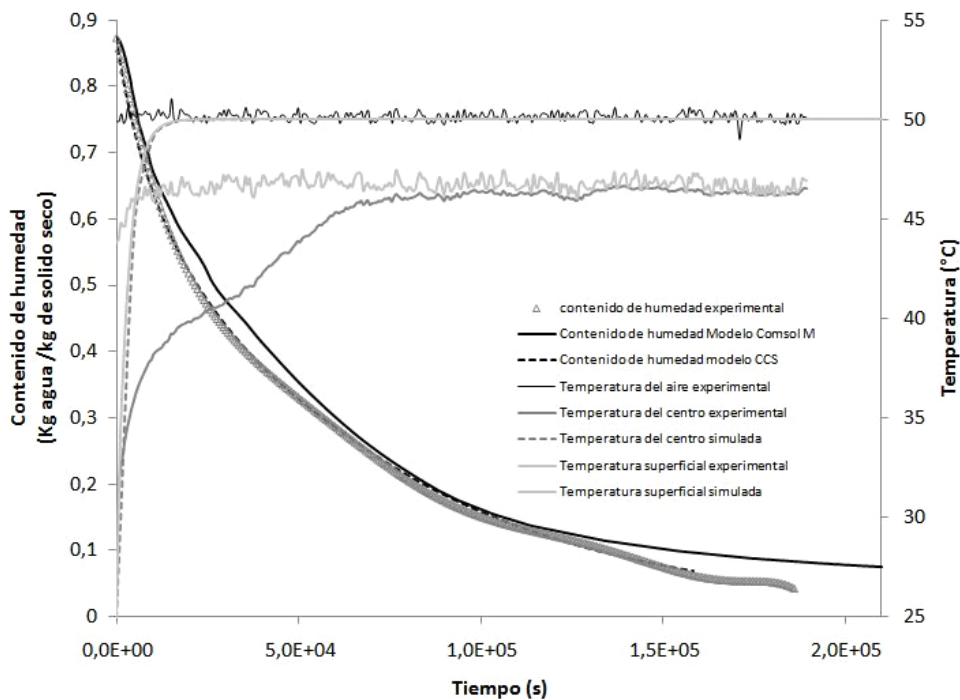


Figura 6.7 Comparación de las cinéticas y perfiles de temperatura experimental (50 °C) contra el modelo fenomenológico

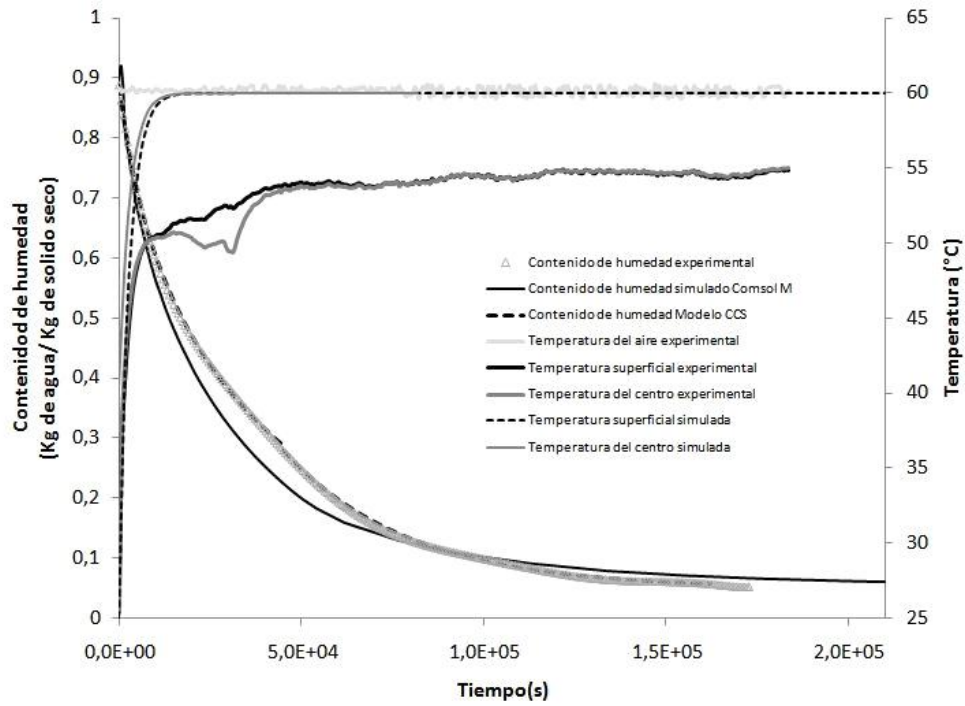


Figura 6.8 Comparación de las cinéticas y perfiles de temperatura experimental (60 °C) contra el modelo fenomenológico

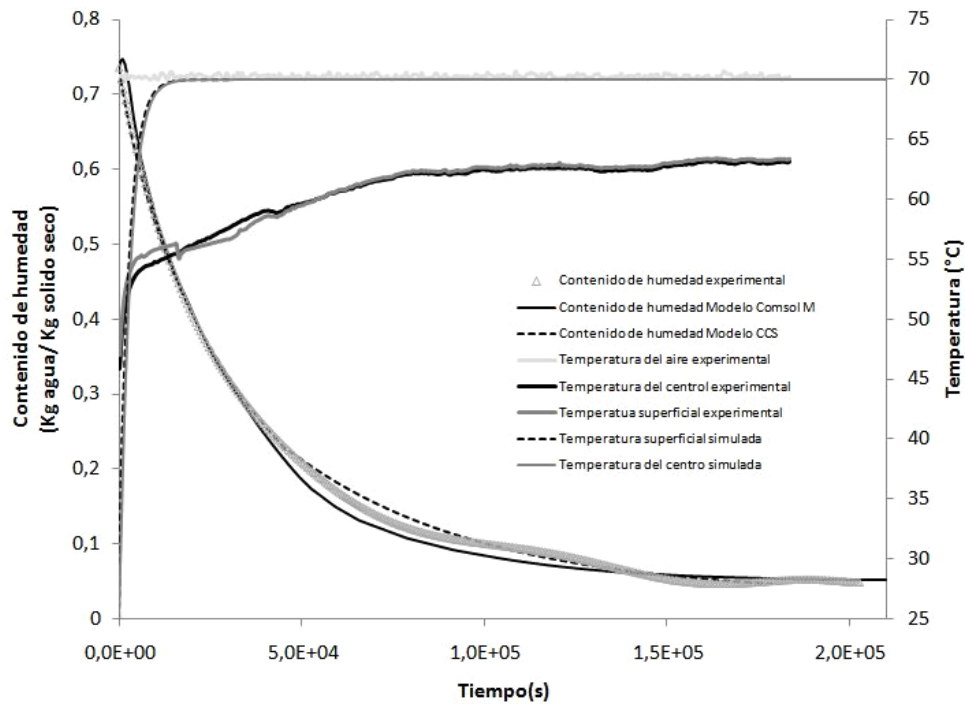


Figura 6.9 Comparación de las cinéticas y perfiles de temperatura experimental (70 °C) contra el modelo fenomenológico

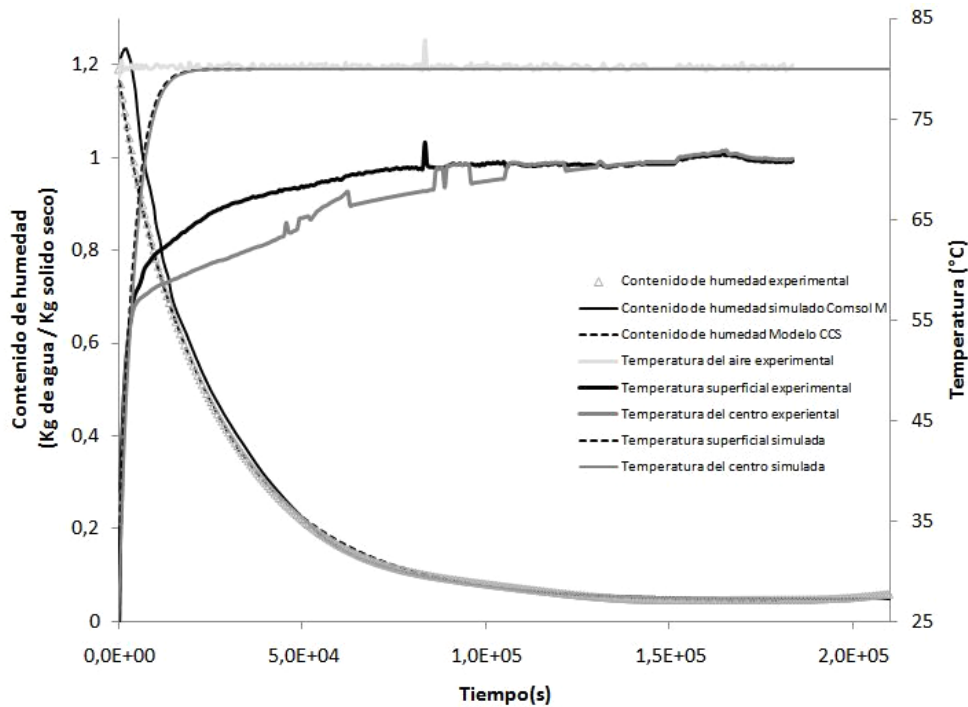


Figura 6.10 Comparación de las cinéticas y perfiles de temperatura experimental (80 °C) contra el modelo fenomenológico

El modelo matemático del tipo fenomenológico implementado muestra una asertiva simulación de las curvas de secado para los diversos ensayos realizados, lo cual es mostrado en la figuras 6.7-6.10. En ellas se puede apreciar las marcadas diferencias de la curva de acuerdo a las condiciones de secado, principalmente de temperatura. Además se puede observar un mejor ajuste utilizando el modelo de la curva característica (CCS) que presenta un error máximo de 0.023 Kg de agua/ Kg de sólido seco, esto es de esperarse debido a que el modelo fenomenológico no parte de datos experimentales, ni es un ajuste de datos. Muchas de las propiedades de transporte requeridas por el modelo corresponden a especies de pino similares en densidad, por lo cual las variaciones en las cinéticas simuladas, pueden disminuirse si se tiene acceso a esta información (Perré y Turner, 2001). Con el fin de dar una explicación detallada de los fenómenos físicos que ocurren durante el secado por convección de aire caliente, a partir de esta parte se hará referencia solo al modelo fenomenológico, ya que el modelo desarrollado por el método de la curva característica de secado fue abordado anteriormente.

En las graficas 6.7-6.10, se muestra una parte de calentamiento al principio de la cinética de secado, que es mucho más notable a las temperaturas de 70 y 80 ° C, debido a la solución numérica, incluso

mostrada en otros modelos (Perré, 1999), al principio se muestra siempre el fenómeno de incremento en el contenido de humedad en los primeros segundos. Por otra parte el contenido de humedad de equilibrio se simula adecuadamente en la mayoría de las cinéticas, dado que los datos utilizados sobre las isotermas de sorción son específicos para esta especie de *Pinus pseudostrobus*. Por lo tanto todo el dominio higroscópico (contenidos de humedad menor de 0.3 kg de agua/kg de sólido seco) es adecuadamente simulado en comparación con la fase capilar.

Los perfiles de temperatura que se muestran en los experimentos (Figs 5.11-5.14) exponen una diferencia notable entre la temperatura superficial del material, la temperatura del centro y las simuladas por el modelo, estas discrepancias pueden ser atribuidas al desconocimiento de las funciones exactas de la conductividad térmica del material, de la permeabilidad, y de la presión capilar entre otras propiedades utilizadas en el modelo; en este trabajo se tomaron las funciones de otros estudios previamente realizados (Hernández y Puiggali, 1994). La cantidad de calor que es suministrada a la madera también depende de la velocidad y de la humedad relativa del aire; estos parámetros son considerados en el coeficiente de transferencia de calor y de masa, pues entre más grande sea este coeficiente mayor será la cantidad de calor transferida en la interface. Si el coeficiente es muy grande la temperatura superficial aumenta rápidamente. Los coeficientes de calor utilizados en el modelo, fueron calculados de datos experimentales y promediados para todas las temperaturas.

Con el fin de dar una explicación más clara y detallada de los fenómenos que ocurren durante el secado de madera, a continuación se presentan los resultados a una sola temperatura.

6.3.2 Resultados de la simulación a 60 °C.

6.3.2.1 Perfiles de contenido de humedad.

Debido a la configuración experimental, se considera solamente el transporte en dirección transversal, que es la dirección del espesor en las muestras. La configuración es mostrada, en la Fig 5.4. El siguiente grafico (Fig 6.15) muestra la variación espacial del contenido de humedad en el espesor de una muestra de madera y su evolución durante el tiempo en intervalos de dos horas. A tiempo cero se tiene un contenido de humedad homogéneo (0.9 kg de agua/kg de sólido seco) en todo el espesor el cual comienza a decrecer rápidamente en las orillas, producto del transporte de masa en la interface. En dos horas de secado los extremos casi han llegado al contenido de

humedad de equilibrio. Por otra parte se observa que al contenido de humedad cercano al punto de saturación de la fibra (0.30 kg de agua/ kg de sólido seco), existe una fluctuación en la parábola que forma el perfil de contenido de humedad en cada determinado tiempo, esto se deben a la transición de la fase capilar a la fase higroscópica. Esta fluctuación depende principalmente de la permeabilidad relativa del líquido que decrece durante el secado. Krabbenhøft (2003) describe la influencia de la permeabilidad relativa en la simulación del secado y explica cómo la ecuación en función de la saturación suaviza las parábolas con funciones de saturación al cuadrado. Los perfiles presentados en este trabajo son similares a los presentados por Krabbenhøft (2003).

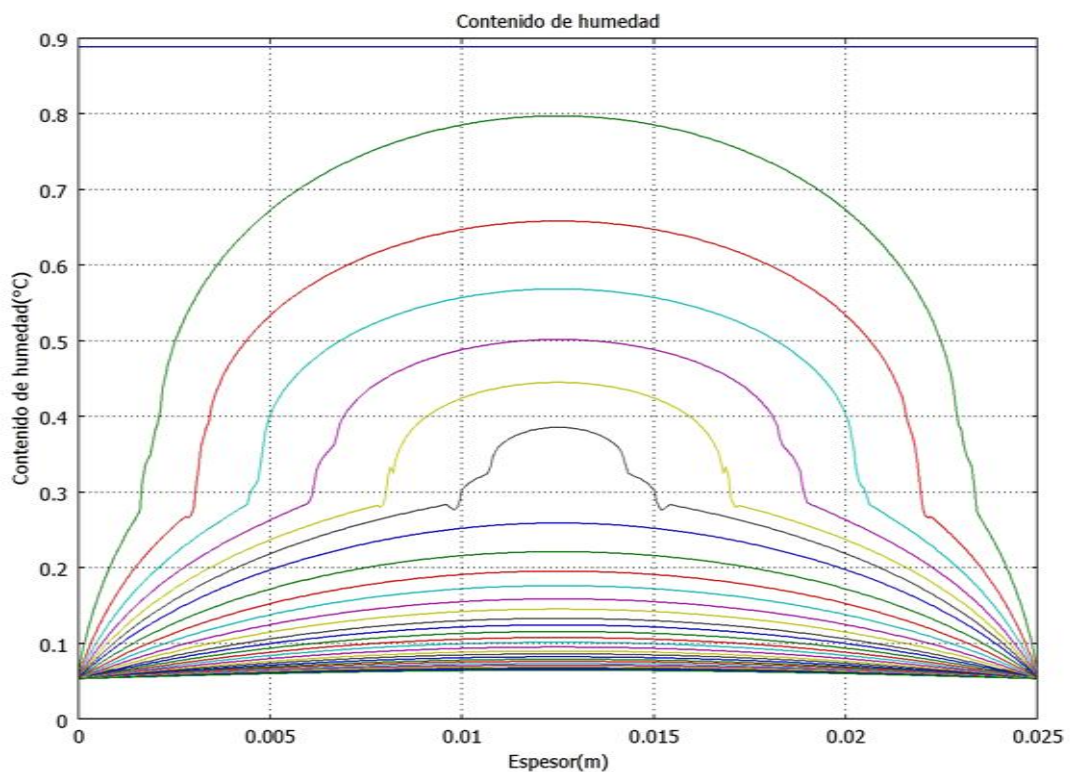


Figura 6.11 Contenidos de humedad en el espesor de la madera cada 2 horas-Exp 60 °C.

La Fig 5.16 muestra los perfiles de temperatura en el espesor de una tabla de madera cada media hora, es importante ver como la temperatura del material aumenta rápidamente, aproximadamente en 4 horas se alcanza una temperatura homogénea de 60 °C en el material desde el centro hasta la superficie, contrariamente a lo que pasa en la realidad, la estabilización de temperaturas ocurre en 10 horas, y el gradiente de temperatura entre la superficie y el centro, es aproximadamente 5 °C ,la diferencia entre la temperatura del centro y la superficie disminuye con el tiempo de secado. En la

simulación la diferencia es aproximadamente de un grado centígrado o menores entre el centro y la superficie de la madera. Como se explicó anteriormente esto se debe a al flujo de calor en la madera, expresado en la conductividad térmica, en este caso dicha conductividad térmica varía con el contenido de humedad solamente, y esta va disminuyendo a lo largo del secado linealmente, ya que el agua tiene un coeficiente de conductividad térmico más grande que el del aire o el vapor. Por lo cual la conductividad térmica de la madera es alterada por la presencia de las fases líquida y gaseosa. Al final del secado, solo se tiene la matriz sólida y aire seco, los cuales son menos conductivos. Es necesario mencionar que en la realidad el coeficiente de conductividad no solo varía con respecto al contenido de humedad también lo hace con la temperatura, pero dicho parámetro no siempre está disponible para todos los materiales.

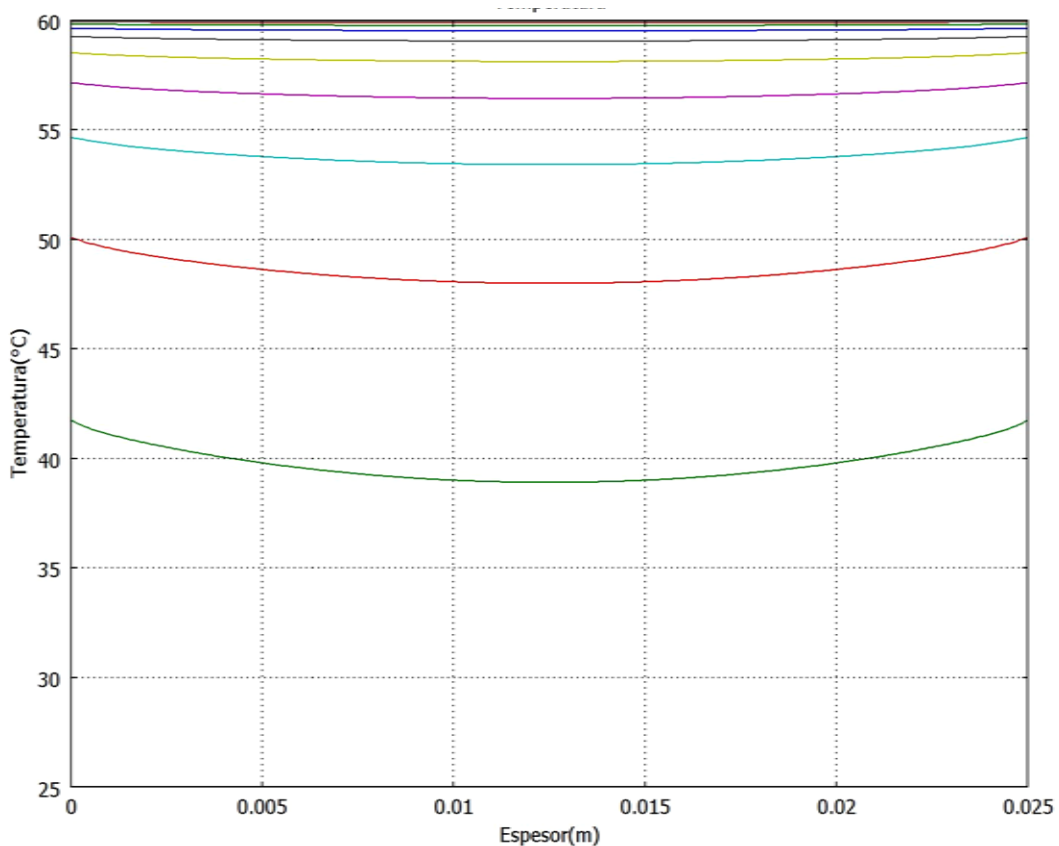


Figura 6.12 Temperatura en el espesor de la madera cada 30 min-Exp 60 °C.

Durante el secado, a medida que se elimina el agua libre, esta es remplazada por vapor de agua y finalmente por aire seco. De esta forma la densidad del aire dentro del material también incrementa, hasta llegar al equilibrio con la presión externa, la cual forma parte de nuestras condiciones límite o

frontera. Esto es bien considerado en nuestro modelo pues la densidad del aire es una variable a resolver, y esta acoplada al balance de masa y calor pues forma parte de la mezcla gaseosa. Al incrementar la densidad del aire también incrementa la presión en el gas, que juega un papel importante principalmente en el secado por microondas, donde se genera una sobre presión (Cullity, 2005; Turner y Perré, 2004). Sin embargo en el secado por convección de aire caliente a bajas temperaturas describe con precisión el desarrollo de los gradientes de presión de gas en el material.

El lugar en donde primero se elimina el agua libre es en la superficie, es ahí donde la densidad del aire incrementa primero, teniendo también un perfil de densidad del aire dentro del material, que varía con el tiempo de secado. Nótese como la masa de aire en el medio poroso es también alterada por la transición de la zona capilar a la zona higroscópica, producto de una fuerte interacción entre las fases.

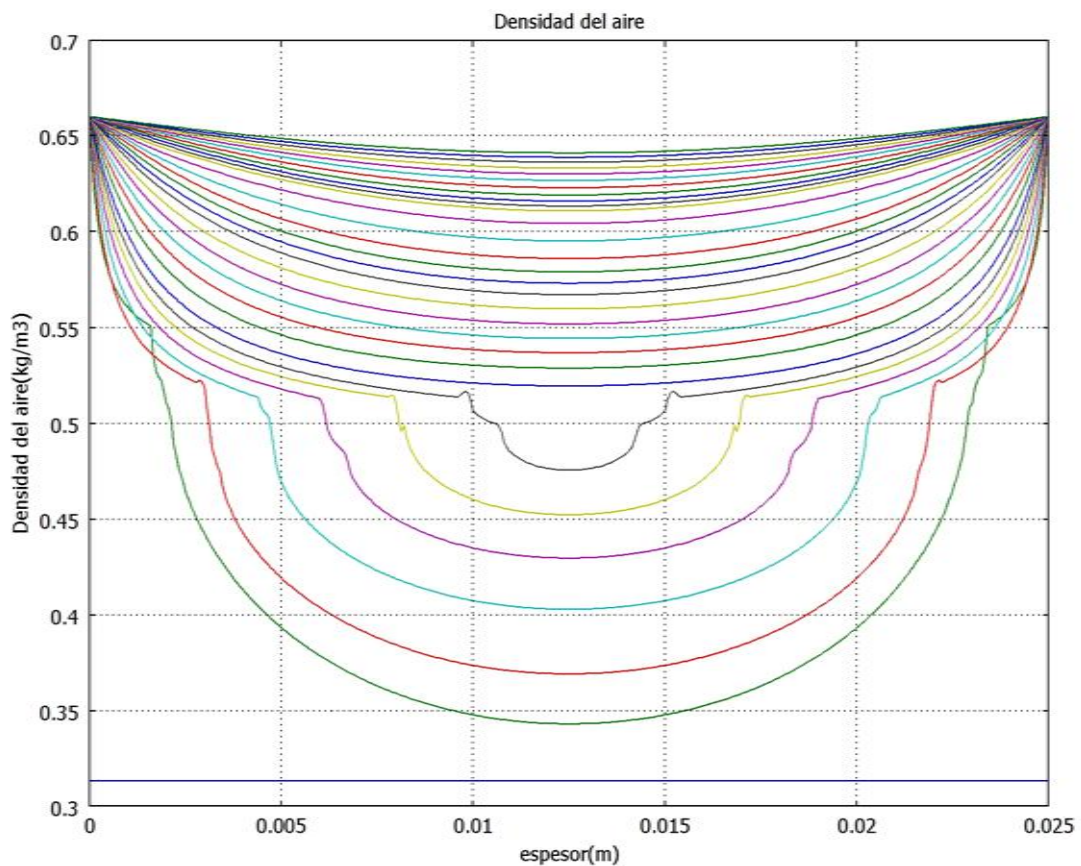


Figura 6.13 Densidad del aire en el espesor de la madera cada 2 horas-Exp 60 °C

La Fig 6.13 también muestra la dificultad para simular la transición en el PSF. Esto demuestra la gran dependencia de la evacuación de humedad, de la presión del aire seco.

6.3.2.2 Variables dependientes del contenido de humedad

Durante el modelado matemático del secado encontramos muchas variables altamente acopladas (Rémond y Perré, 2008), que son dependientes unas de otras, sin embargo existen propiedades de transporte que dependen directamente de una sola variable primaria, como las que se mostrarán a continuación, que dependen solamente del contenido de humedad.

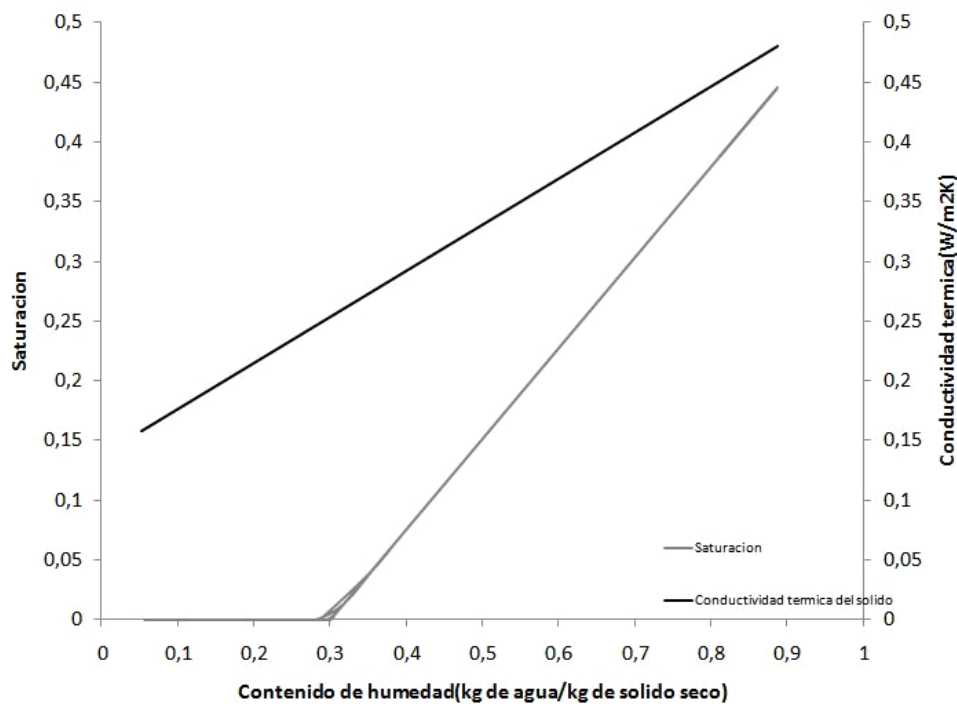


Figura 6.14 Saturación del líquido y coeficiente de conductividad Térmica- Exp a 60 °C

En la siguiente figura se muestra como varía la saturación del líquido, que representa la fracción de líquido en los poros. Como se observa la madera no está completamente saturada al inicio del secado ya que la fracción de líquido comienza en aproximadamente 0.45, en la figura se observa que a medida que el secado avanza esta disminuye linealmente hasta llegar a 0, cuando esto ocurre se lleva a cabo la transición de la fase capilar a la fase higroscópica, el valor de saturación del líquido permanece siendo cero en todo el dominio higroscópico.

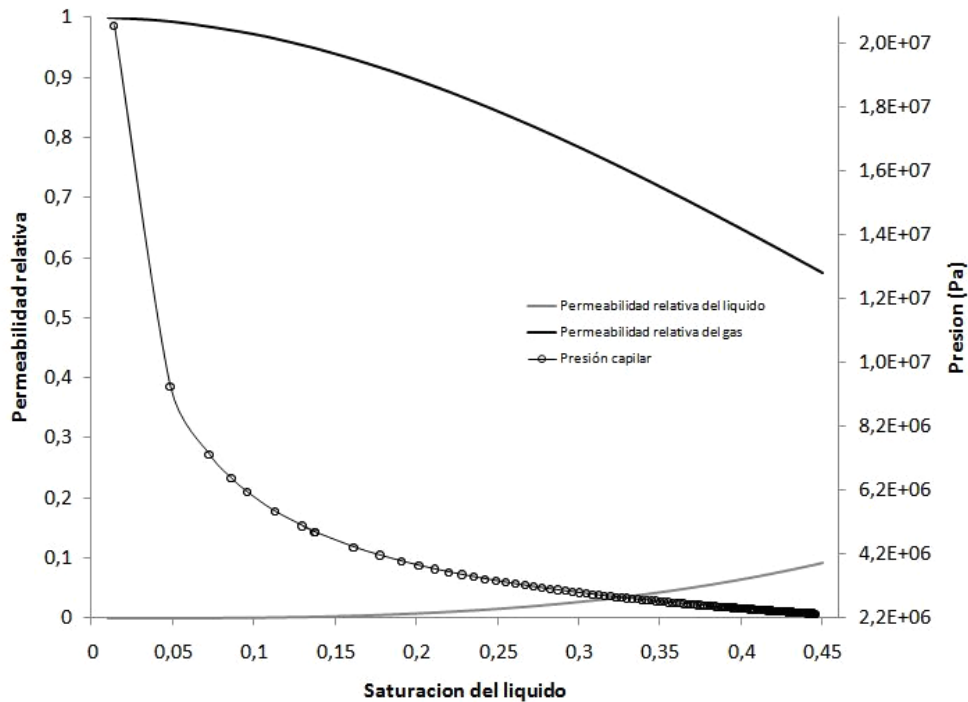


Figura 6.15 Presión capilar y permeabilidad relativa (líquido y gas) Exp 60 °C

Debido a que los poros se encuentran parcialmente saturados las fuerzas capilares incluso a la temperatura ambiente y al inicio del secado son de 2×10^6 Pa, lo que significa que el agua de los capilares a condiciones atmosféricas se está desplazando del interior al exterior de la madera. En el modelo es aparente que la presión capilar solo varía con la saturación (o contenido de humedad). Sin embargo, otros autores como (Perré y Turner, 2008; Plumb y Prat, 1992.), han demostrado que dicha presión capilar tiene influencia también de la temperatura, que actúa específicamente en la tensión superficial del agua afectando la forma del menisco que se forma en el capilar, no obstante debido a la complejidad de estas funciones la temperatura no es tomada en cuenta.

A medida que el secado avanza la saturación disminuye como se explicó anteriormente, pero la presión capilar aumenta a valores de 2×10^7 Pa, cuando el contenido es cercano al punto de saturación de la fibra.

La velocidad del líquido no solo se ve afectada por la presión capilar, también actúa la permeabilidad relativa y la viscosidad del gas y del líquido. En la siguiente figura se muestra como la permeabilidad relativa del líquido va disminuyendo conforme el secado avanza, por lo tanto el

flujo de agua también, pero la influencia de la presión capilar es mucho más alta en este caso, asimismo la viscosidad del líquido disminuye por el aumento de la temperatura. La permeabilidad relativa del gas actúa en el vector de velocidad del aire y del vapor, por lo tanto cuando la temperatura del material aumenta, la viscosidad de la fase gaseosa aumentará también.

Cuando el contenido de humedad decrece, las fuerzas capilares usualmente incrementan, pero la permeabilidad de la fase líquida decrece dramáticamente. Sobre todo, el flujo del líquido tiende a decrecer para un igual gradiente de contenido de humedad. Consecuentemente, el perfil de contenido de humedad llega a decrecer abruptamente hasta que el flujo del líquido a las superficies de la madera cesa.

La permeabilidad del material es parámetro importante que controla el comportamiento del secado (cinéticas) y perfiles dentro del material. La determinación exacta de este parámetro es esencial para una correcta descripción del proceso de secado dentro del material.

Las expresiones de permeabilidad relativa del líquido y del gas que fueron utilizadas en el modelo fenomenológico son las descritas en el capítulo 5 (ecuaciones 5.4.25). La influencia que tienen estos parámetros en los perfiles de variación espacial del contenido de humedad y densidad del aire seco, se muestran en la Fig 6.11 y 6.13 donde se encuentra una inflexión en el punto de saturación de la fibra. Krabbenhøft (2003), usa funciones de permeabilidad del líquido con diferencia en los exponentes S^8 , S^3 y S^2 , y estudia la influencia de esta función en la transferencia entre las dos fases, encontrando un límite en el exponente donde es indistinguible. Sin embargo las relaciones de menor potencia pueden resultar en simulaciones irrealistas del secado.

Las funciones S^3 muestran perfiles más reales de la permeabilidad relativa del líquido (Truscott, 2005), y también suaviza la inflexión en la transición.

6.3.2.3 Variables dependientes de la temperatura.

Una variable que depende solamente de la temperatura es la presión de vapor de saturación, esta presión dentro del material durante la fase capilar es la presión de vapor en el gas, ya que posteriormente esta presión del vapor en el gas depende también de la actividad del agua en la zona higroscópica. Sin embargo la presión de vapor aumentará durante el secado hasta que la temperatura del material sea homogénea en el espesor. Su influencia se ve en la presión del gas, que es la fuerza

motriz del vapor y del aire dentro de la madera, y además también actúa en el transporte de agua líquida.

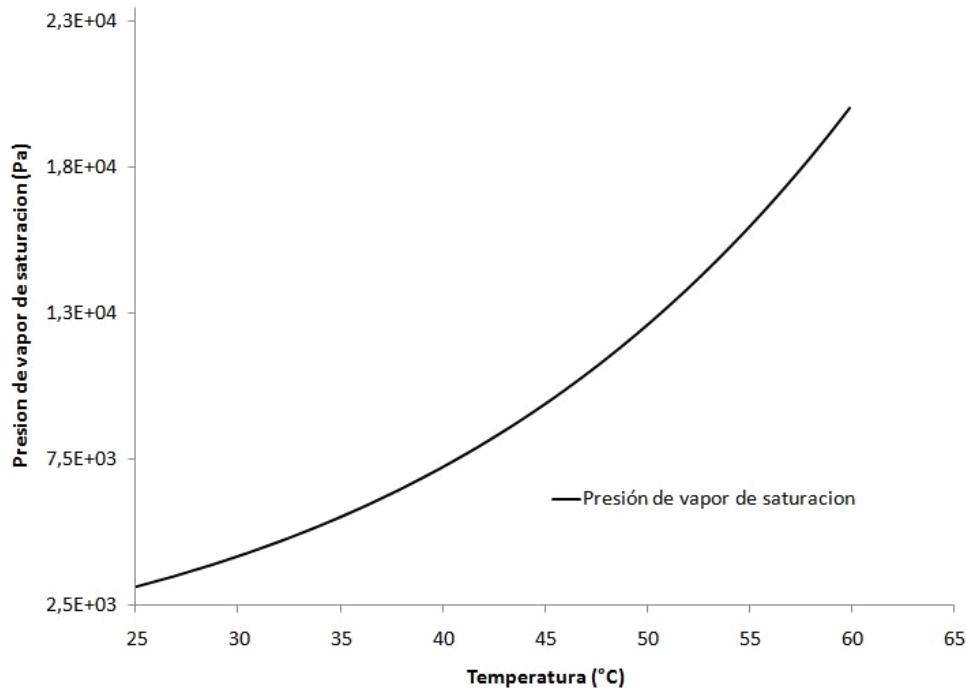


Figura 6.16 Presión de vapor de saturación

6.3.2.4 Variables dependientes del contenido de humedad y la temperatura.

La presión de vapor en el dominio higroscópico depende de la actividad del agua y de la temperatura. Esta variable se puede calcular directamente utilizando las isotermas de sorción que son específicas para cada madera, en este caso fueron utilizadas las isotermas de sorción para *Pinus pseudostrobus*, que fueron modeladas con la ecuación de GAB (Sandoval-Torres *et al.*, 2010).

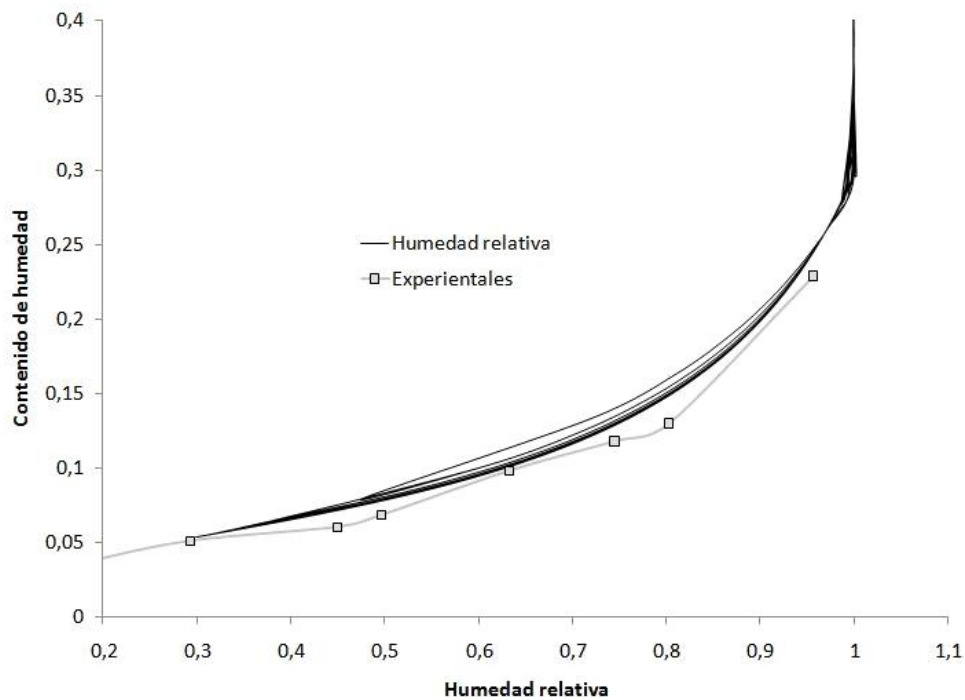


Figura 6.17 Isoterma de sorción.

La Fig 6.17 muestra la isoterma de sorción simulada en el modelo fenomenológico, y datos que fueron calculados experimentalmente (puntos), en esta figura se puede observar como el modelo se ajusta a datos reales de actividad de agua. En la fase capilar esta actividad de agua en el modelo tiene un valor de 1, y a partir del punto de saturación de la fibra comienza a disminuir.

El coeficiente de difusión de agua ligada, actúa en el dominio higroscópico y depende de la temperatura y el contenido de humedad (Svensson y Martensson, 2002). De manera que este incrementara con la temperatura debido a los movimientos moleculares. Al aumentar el coeficiente de difusión, el flujo de agua ligada será mayor, sin embargo a medida que el secado avanza, la cantidad de agua disminuye, por lo tanto, dicho coeficiente también lo hace, disminuyendo el flujo (Eitelberger y Hofstetter, 2010).

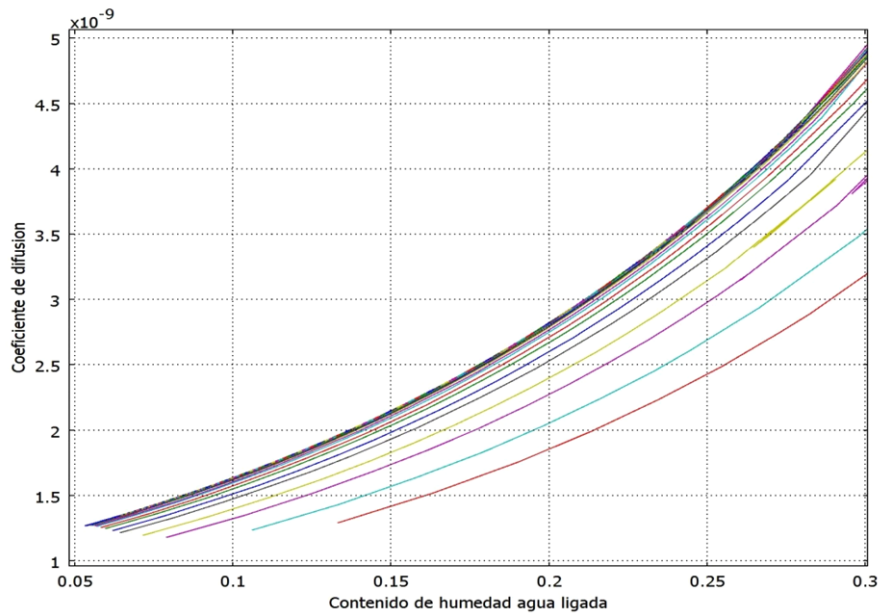


Figura 6.18 Coeficiente de difusión del agua ligada

Como se muestra en la Fig 6.18 el coeficiente actúa a contenidos de humedad por debajo de 0.3 kg de agua/ kg de sólido seco.

6.3.2.5 Dependientes de la densidad del aire y la temperatura.

La presión del gas es igual a la presión del vapor y del aire seco, esto se establece a través de la ley de Raoult, la suma de las presiones parciales de los componentes en el sistema es igual a la presión total. Por lo tanto, la presión del gas en el material tiene influencia de la presión del aire, que depende de la temperatura y del contenido de humedad.

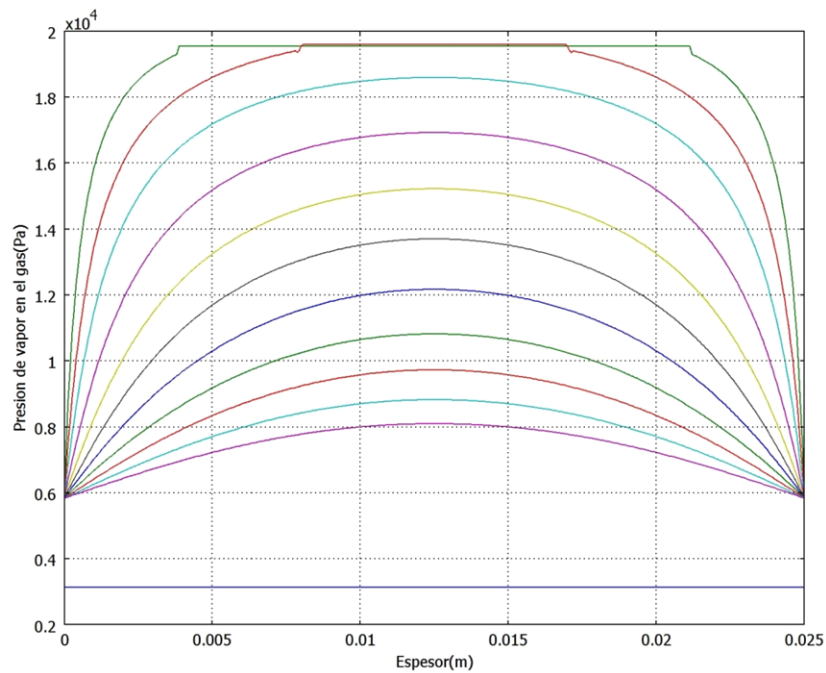


Figura 6.19 Presión de vapor en el espesor de la madera, cada 2 horas.

La presión de vapor disminuirá conforme el secado avance, al principio esta presión del vapor en el gas depende solamente de la presión de vapor saturado la cual aumenta con la temperatura, pero solo en la fase capilar. Estos mecanismos han sido tema de gran discusión, pues intervienen una gran cantidad de fenómenos. Por ejemplo, en los modelos se considera que la distribución de poro es homogénea, lo cual deriva en una escritura de la ecuación de presión capilar de igual forma (homogénea). Sin embargo en un material biológico como la madera, la heterogeneidad del material puede desarrollar perfiles, y presiones diferentes en el espacio. Además, las propiedades termodinámicas (coligativas) del líquido pueden ser alteradas por la presencia de nutrientes, de taninos, de minerales, etc. Con respecto al gas, se ha supuesto que solo existe la evaporación de agua, lo cual puede ser muy diferente, pues podemos evaporar otros compuestos presentes en la sabia de la madera.

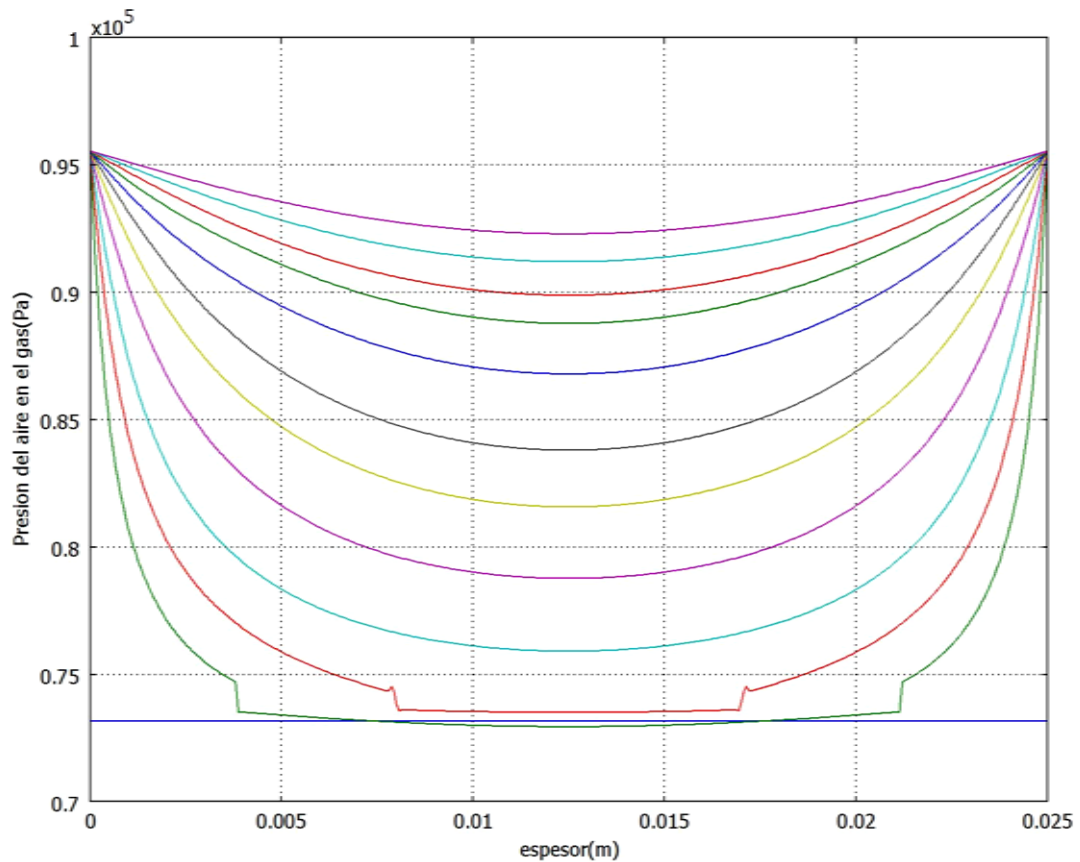


Figura 6.20 Presión del aire en el espesor del material, cada 2 horas.

La presión del aire seco dentro del material aumentará debido a la evacuación de agua líquida y de vapor de agua. Esta presión es calculada a partir de la ecuación de conservación del aire, la cual es escrita en términos de la ley de los gases ideales.

Al principio del secado, la presión del sistema (presión atmosférica) es mayor a la presión del líquido y del gas sobre la superficie. A medida que el secado avanza, el aire tiende a ocupar todos los espacios en los poros incrementando la presión, hasta homogeneizarse en todo el dominio, a un valor de 9.5×10^4 Pa. La siguiente figura muestra dicho comportamiento.

El modelo desarrollado aquí, y su solución aportan mayores elementos para un análisis más profundo y claro del secado de madera, pues el modelo fenomenológico describe de manera más completa los mecanismos presentes en esta operación. Sin embargo, aun quedan muchos aspectos

por mejorar, en especial aquellos relacionados a las propiedades termo-físicas, y los relacionados con la escritura de los términos de transición que siguen siendo un tema de interés actual.

Capítulo 7 Conclusiones.

En este trabajo se ha descrito el desarrollo de un modelo matemático unidimensional, que describe los mecanismos de transporte de calor y masa durante el secado por convección de aire caliente de madera subtropical de la especie *Pinus Pseudostrobus*. El modelo involucra un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales con tres variables primarias (W , T , ρ_a) altamente acopladas. La inclusión del EVR se hizo necesaria para tomar en cuenta las diferentes fases de vapor de agua, agua ligada, y agua libre en el medio poroso (Rémond y Perré, 2008). El modelo fue provisto de propiedades de transporte para la especie *Pinus pseudostrobus* y especies de pino similares en densidad a lo cual se le atribuye las discrepancias en las cinéticas simuladas y experimentales de contenido de humedad y los perfiles de temperatura. Por lo tanto se hace necesario el cálculo de las propiedades de transporte de calor y masa para la especie a estudiar si se requiere una exactitud en las simulaciones del modelo.

En el modelo existe una dificultad para describir la transición en el punto de saturación de la fibra, debido principalmente a la función de permeabilidad relativa del líquido en el material, que es función de saturación, por lo tanto las perturbaciones en la saturación se incrementarán en esta función. Con esto se demuestra que el punto de saturación de la fibra se encuentra altamente ligado a la presión capilar que es función de la saturación, como se menciona en la segunda hipótesis de este trabajo. Se propone tomar como variable primaria a la saturación en posteriores trabajos con el fin de describir mejor la región capilar como una de las variables primarias, y suavizar las transiciones de todas las cinéticas de secado. Es importante mencionar que debido al acoplamiento

entre las variables la inflexión en la transición en el PSF se presenta también en la ecuación de conservación de aire seco.

En cuanto a la ecuación de calor, los perfiles térmicos simulados se alejan demasiado de datos reales del proceso, como antes se mencionó, esto es debido a la falta de propiedades específicas para la especie de pino pseudostrobus. El coeficiente de conductividad térmica del material utilizado en las simulaciones permite una propagación de calor mucho más rápida en comparación con los resultados experimentales.

Con el propósito de validar el modelo se realizaron experimentos de secado para obtener las cinéticas de madera subtropical, a diferentes condiciones de temperatura (50, 60, 70 y 80 °C), controlando la humedad relativa del aire, y manteniendo las otras condiciones de secado como constantes.

Además basándose en el método de la curva característica y en la estandarización de cinéticas se obtuvo un modelo matemático semi-empírico que simula la cinética de secado de madera *Pinus pseudostrobus* por convección de aire caliente. El desarrollo del modelo parte del análisis de datos experimentales y de la identificación de fases. Para la simulación de las cinéticas es necesario contar con los parámetros del modelo (a, b, c y d), la velocidad de referencia y tiempo de transición entre fases, estos últimos diferentes para cada temperatura. Los parámetros del modelo se estimaron reduciendo la suma de errores cuadráticos, obteniendo un error máximo de 0.023 Kg de agua/ Kg de sólido seco, entre las cinéticas experimentales y las simuladas.

Una de las ventajas de este modelo es que no requiere de las propiedades del material, para el cálculo de las cinéticas, además son pocos los parámetros utilizados en la simulación a diferente temperatura, lo que facilita los tiempos de cómputo, sin embargo dichos parámetros no tienen algún significado físico evidente, ya que engloban muchos factores que intervienen en el secado de madera.

La versatilidad del método de la curva característica para simular las cinéticas de secado y los tiempos de cómputo para su solución hacen viable al modelo para ser utilizado en el control del proceso. Sin embargo para este propósito es necesario calcular de nuevo los parámetros en donde se involucre mayores volúmenes de madera y las condiciones del proceso.

El modelo fenomenológico no se recomienda como modelo de control del proceso, debido a su complejidad de solución de sus ecuaciones y a la gran cantidad de recursos de hardware necesarios. Sin embargo da una visión más clara de los fenómenos de transporte que ocurren en el secado por convección de aire caliente. El modelo toma en cuenta automáticamente las modificaciones en las condiciones del proceso y los fenómenos de transporte de calor y masa que existen dentro del espesor de la madera. Se espera que la información generada por las simulaciones pueda dar un preámbulo para propósitos de análisis y optimización de procesos de secado o diseño de nuevos modelos que consideren el transporte en 3 dimensiones.

Bibliografía.

- Ahmadi A., Quintard M., & Whitaker S. (1998). Transport in chemically and mechanically heterogeneous porous media. Two-equation model for solute transport with adsorption. *Advances in Water Resources*, 22(1), 59–86.
- Baronasa R., Ivanauskasa F., Juodeikienė I., & Kajalavičius A. (2001). Modelling of Moisture Movement in Wood during Outdoor Storage. *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, 6(2).
- Bear J., & Buchlin J.-M. (1991). Modelling and applications of Transport Phenomena. *Springer-Verlag*, 1, 380 p.
- Colakoglu M. H. (2009). Determination of Change in Moisture Ratios of Some Woods during Air-Drying by Finite Element Analysis. *Journal of Applied Sciences* 9(22), 4091-4094.
- Coumans W. (2000). Models for drying kinetics based on drying curves of slabs. *Chemical Engineering and Processing*, 39(1), 53–68.
- Cullity D. (2005). *Characterisation of wood properties and transverse anatomy for vacuum drying modelling of commercially important Australian hardwood species*: Department of Primary Industries and Fisheries.
- Chen Z. (1997). Primary Driving Force in Wood Vacuum Drying. Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia.
- Norm DIN 52183, 3 C.F.R. (1992).
- Eitelberger J., & Hofstetter K. (2010). Modeling of moisture transport in wood below the fiber saturation point. *11th International IUFRO Wood Drying Conference 2010*, 1(1), 131-136.
- Elizondo A. (2005). El mercado de la madera en México. *Reports on Mexican Certified Wood Products*, 1(12), 1-41.
- Farkas I., Seres I., & Meszaros C. (1999). Analytical and experimental study of a modular solar dryer. *Renewable Energy*, 16(1), 773-778.
- Fernandez M., & Howell J. (1997). Convective drying model of southern pine. *Drying technology*, 15(10), 2343-2375.
- Forster R., Argüelles A., Aguilar N., & Kaatz S. (2004). Opciones y barreras de mercado para madera aserrada de Michoacán, Oaxaca, Guerrero, Campeche y Quintana roo, México. *Tropica Rural Latinoamericana, PROCYMAF, Universidad de Quintana Roo, Conafor, Forest Trend*, 1, 1-80.
- Gigliotti D. (2004). Model of Heat and Moisture Movement in Logs.
- Hernández-Bautista E., Sandoval-Torres S., Rodríguez-Ramírez J., & Velasco-Cruz O. A. (2010). Modelización del secado de madera de *Pinus pseudostrobus* utilizando el método de la curva característica. *Bois et forêts des tropiques*, 306(4).
- Hernández J. M., & Puiggali J. R. (1994). Simulation of drying of coniferous wood using various processes. *International Chemical Engineering*, 34(3), 339-350.
- Hill C.-A.-S., Norton A.-J., & Newman G. (2010). The water vapour sorption properties of Sitka spruce determined using a dynamic vapour sorption apparatus. *Wood Science and Technology*, 10(1).
- Ilic M., & Turner I. (1991). A continuum model of drying processes involving a jump through hysteresis. *Drying Technology*, 9(1), 79-111.
- Jannot Y., Talla A., Nganhou J., & Puiggali J. R. (2004). Modeling of Banana Convective Drying by the Drying Characteristic Curve (DCC) Method. *Drying technology* 22(8), 1949-1968.
- Kang W., & Chung W.-Y. (2009). Liquid water diffusivity of wood from the capillary pressure–moisture relation. *The Japan Wood Research Society*, 55(1), 91-99.

- Karoglou M., Moropoulou A., Maroulis Z.-B., & Krokida M.-K. (2005). Water Sorption Isotherms of Some Building Materials. *Drying Technology*, 23(1), 289-303.
- Krabbenhøft K. (2003). Moisture Transport in Wood. A Study of Physical--Mathematical Models and their Numerical Implementation. Technical University of Denmark, Denmark.
- Krabbenhøft K., & Damkilde L. (2004). A model for non-Fickian moisture transfer in wood. *Materials and Structures*, 37, 615-622.
- Krupinska B., Strømmen I., Pakowski Z., & Eikevik T. M. (2007). Modeling of Sorption Isotherms of Various Kinds of Wood at Different Temperature Conditions. *Drying Technology*, 25(1), 1463-1470.
- Liu T., & Coumans W. (1993). Regular regime analysis and moisture diffusivity in wood. *Drying Technology*, 11(977-1003).
- Matsumura J., Kashihara K., Tsutsumi J., & Oda K. (1997). Relationship between Wood Anatomical Properties and Specific Permeability of Sugi (*Cryptomeria japonica*) Sapwood and Intermediate Wood. *Bull. Kyushu Univ. For*, 77(1), 35 -45.
- Ming T. (2000). Overview of mechanistic modelling techniques. *Department of Chemical and Process Engineering*, 1(1-7).
- Montgomery D. C. (2002). Diseño y Análisis de Experimentos. México.
- Murthy M. R. (2008). A review of new technologies, models and experimental investigations of solar driers. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 13(4), 835-884.
- Nasko T. (1995). Migration of Low-Molecular sugar and Nitrogenous compound in *Pinus sylvestris* L. During Kiln and Air Drying. *International Journal of the Biology, Chemistry, Physics and Technology of Wood* 49(6), 565-574.
- NI H., Datta, AK., and Torrance, KE. (1999). Moisture transport in intensive microwave heating of biomaterials: a multiphase porous media model. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 42(8), 1501-1512.
- Ong K.-S. (1999). Solar dryers in the Asia-Pacific region *Renewable Energy* 16(1), 779-784.
- Ormarsson S., Dahlblom O., & Petersson H. (1999). A numerical study of the shape stability of sawn timber subjected to moisture variation. *Wood Science and Technology*, 33(5), 407-423.
- Pang S., & Keey R. B. (1995). Modelling the temperature profiles within board; during the high-temperature drying of *Pinus radiata* timber The influence of airflow reversals. *Heat Mass Transfer*, 38(2), 189-205.
- Pérez-Gil. J. (2002). Análisis y selección de un sistema de medición y control para un túnel de secado de Madera., Instituto Tecnológico de Oaxaca, Oaxaca de Juárez.
- Perré P. (1999). How to get a relevant material model for wood drying simulation? *Advances in drying of wood*
- Perré P., & Turner I. (1999). Transpore : A generic heat and mass transfer computational model for understanding and visualising the drying of porous media. *Drying Technology*, 17(7 y 8), 1273-1289.
- Perré P., & Turner I. (2001). Determination of the material property variations across the growth ring of softwood for use in a heterogeneous drying model .Part 1 – Capillary pressure, tracheid model and absolute permeability. *Holzforschung*, 55(3), 318-323.
- Perré P., & Turner I. (2001). Determination of the material property variations across the growth ring of softwood for use in a heterogeneous drying model Part 2 - Use of homogenisation to predict bound liquid diffusivity and thermal conductivity. *Holzforschung*, 55(4), 417-425.

- Perré P., & Turner I. (2008). A mesoscopic drying model applied to the growth rings of softwood: mesh generation and simulation results. *Maderas. Ciencia y tecnología*, 10(3), 251-274.
- Perré P., & Turner I. W. (2006). A Dual-Scale Model for Describing Drier and Porous Medium Interactions. *AIChE Journal*, 52(9), 3109-3117.
- Plumb O., & Prat M. (1992.). Microscopic model for the study of drying of capillary porous media. *Drying '92*, 397-406.
- Raji S., Jannot Y., Lagièrre P., & Puiggali J. (2009). Thermophysical characterization of a laminated solid-wood pine wall. *Construction and Building Materials*, 23 3189–3195.
- Ray C., Gattani N., Del Castillo E., & Blankenhorn P. (2005). Time series techniques for dynamic, real-time control of wood-drying processes. *Forest Products Society*, 55(10), 64-71.
- Rémond R., & Perré P. (2008). Drying strategies capable of reducing the stress level of a stack of boards as defined by a comprehensive dual scale model. *Maderas. Ciencia y tecnología*, 10(1), 3-18.
- Rowell R. M. (2005). Handbook of wood chemistry and wood composites. London: 1a Edición.
- Sandoval-Torres S., Rodríguez-Ramírez J., Mendez-Lagunas L., & Carrillo-Parra A. (2010). Experimental Determination and Modelling of Equilibrium Moisture Content from the Sapwood of Mexican Pine (*Pinus Pseudostrobus*). *Forestry Studies in China*, 1.
- Scheepers G., Moren T., & Rypstra T. (2007). Liquid water flow in *Pinus radiata* during drying. *Holz als Roh- und Werkstoff* 65(1), 275–283.
- SEMARNAT. (2006). *Anuario Estadístico de la Producción Forestal 2006*.
- Skaar C. (1988). Wood-Water Relations. . Berlin.
- Spolek G., & Plumb O. (1981). Capillary Pressure in Softwoods. *Wood Science and Technology*, 15(1), 189-199.
- Svensson S., & Martensson A. (2002). Simulation of drying stresses in Wood Part II. Corrective air drying of sawn timber. *Holz als Roh- und Werkstoff* 60(1), 72-80.
- Truscott S., and Turner, I. (2005). A heterogeneous three-dimensional computational model for wood drying. *Applied Mathematical Modelling* 29(4), 381–410.
- Tsotsas E., & Mujumdar A. S. (2007). Modern drying Technology. Germany.
- Turner I. (1995). A Comparison of the Drying Simulation Codes TRANSPORE and WOOD2D which are used for the Modelling of Two-Dimensional Wood Drying Processes. *Drying Technology*, 13(3), 695-735.
- Turner I. (1996). A two dimensional orthotropic model for simulating wood drying processe. . *Applied Mathematical Modelling* 20(1), 60-81.
- Turner I., & Perré P. (2004). A new two-scale model describing drying kiln dynamics and coupled heat and mass transfer in a porous medium: application to the combined vacuum drying and radiative heating of wood. *Proceedings of the 14th International Drying Symposium, A*, 436-443.
- Turner I., & Perré P. (2004). Vacuum Drying of Wood with Radiative Heating(Comparison between Theory and Experiment). *AIChE Journal*, 50(1), 108-118.
- Turner I., Puiggali J., & Jomaa W. (1998). A numerical investigation of combined microwave and convective drying of a hygroscopic porous material: A study based on pine wood. *Trans IChemE*, 76(A), 193-209.
- Turner I., Rousset P., Rémond R., & Perré P. (2010). An experimental and theoretical investigation of the thermal treatment of wood (*Fagus sylvatica* L.) in the range 200–260 °C. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53, 715–725.
- Usta I. (2005). A review of the configuration of bordered pits to stimulate the fluid flow. *Maderas. Ciencia y tecnología*, 7(2), 121-132.

- Víglaský J., Langová N., & Horbaj P. (1987). A solar timber-dryer equipped with an air collector. *Komunikacie*, 8(2), 1335-4205.
- Vignote-Peña S., & Martínez-Rojas I. (2006). Tecnología de la madera (Vol. 1). Madrid. .
- Wallace J., Hartley I., & Avramidis S., and Oliveira, L. . (2003). Conventional kiln drying and equalization of Western hemlock (*Tsuga heterophylla*) to Japanese equilibrium moisture content. *Holz als Roh- und Werkstoff* 61(4), 257-263.
- Wan J., & Langrish T. (1995). A Numerical Simulation for Solving the Diffusion Equations in the Drying of Hardwood Timber. *Drying Technology*, 13(3), 783-799.
- Whitaker S. (1977). Simultaneous heat, mass and momentum transfer in porous media: a theory of drying. *Advances in Heat Transfer*, 13(1), 119–203.
- Wook K., Chung W.-Y., Eom C.-D., & Yeo H. (2008). Some considerations in heterogeneous nonisothermal transport models for wood: a numerical study. *The Japan Wood Research Society* 54(1), 267–277.
- Wu D., & Peng X.-F. (2009). Saturation evolution induced by inner pore structural effects in a porous material during wetting. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(1), 4664–4668.
- Yong H. L., Wook K., & Woo Y. C. (2007). Numerical solution for wood drying on one-dimensional grid. *J. KSIAM* 11(1), 95-105.
- Zhao H., & Turner I. (2000). The use of a coupled computational model for studying the microwave heating of wood. *Applied Mathematical Modelling*, 24(1), 183-197.
- Zillig W. (2009). Moisture transport in wood using a multiscale approach. Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.

Anexos.

ANEXO I. Isotermas de sorción.

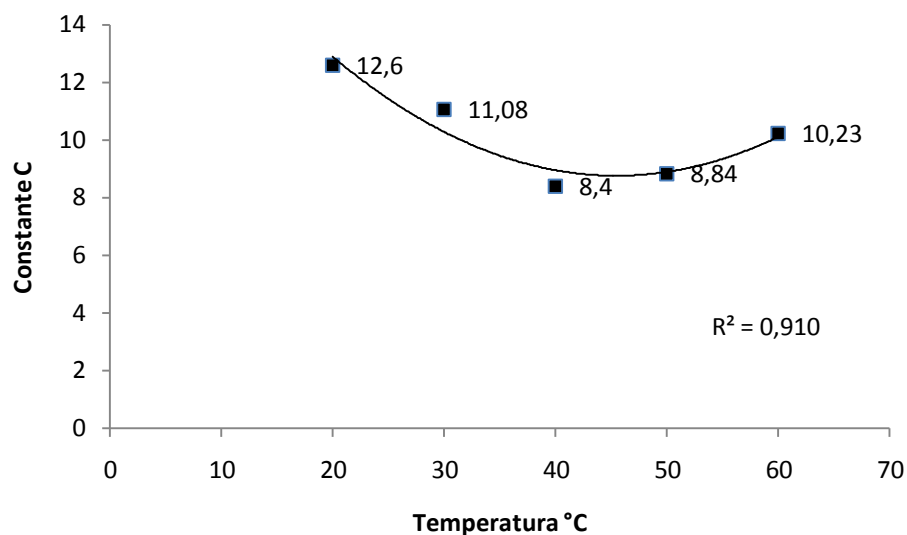
En el siguiente anexo se presenta la forma en que fue obtenida la función de actividad de agua en función de la temperatura y el contenido de humedad de equilibrio que fue incorporada en el modelo fenomenológico. Dicha ecuación es de gran importancia para explicar la función de presión de vapor en la región higroscópica. Los coeficientes de GAB fueron obtenidos de la siguiente manera.

Tabla A 1 Constantes de GAB.

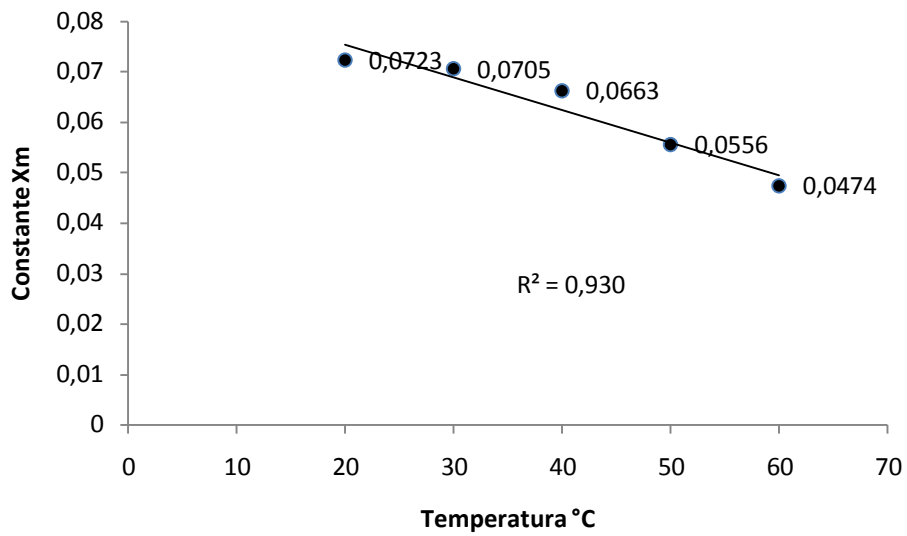
	20	30	40	50	60
C	12.6	11.08	8.4	8.84	10.23
Xm	0.0723	0.0705	0.0663	0.0556	0.0474
K	0.747	0.758	0.77	0.808	0.832

Los coeficientes fueron ajustados a las siguientes funciones con el fin de ser utilizados a diferentes temperaturas.

Constante C.



Constante Xm



Constante K

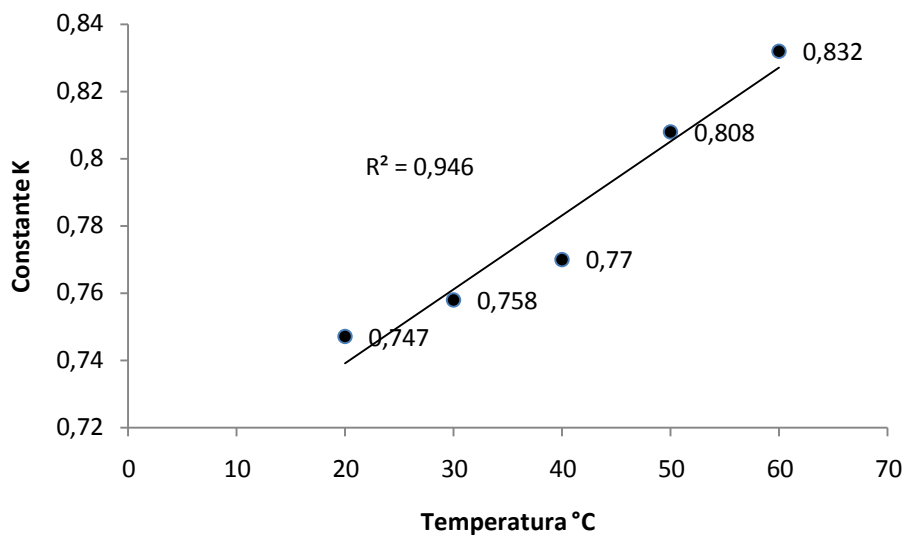


Figura A 1 Constantes de GAB en función de la temperatura

La constante C fue ajustada a una función polinómica de orden 2, y las dos siguientes a una función lineal, esto con el fin de reducir el número de parámetros, además la constante X_m muestra un notable decremento, y la constante K de igual manera su incremento.

Resumiendo los parámetros de GAB junto con la ecuación para el modelado de las curvas de sorción en función de la temperatura y la humedad relativa quedan de la siguiente manera.

$$C = 0.0064 \cdot T^2 - 0.5807 \cdot T + 21.962$$

$$X_m = -0.0006 \cdot T + 0.0883$$

$$K = 0.0022 \cdot T + 0.695$$

$$W_{eq}(T, Hr) = \frac{X_m \cdot C \cdot K \cdot Hr}{(1 - K \cdot Hr)(1 + C \cdot K \cdot Hr - K \cdot Hr)} \quad (\text{Ecuación de GAB})$$

Donde Hr es la humedad relativa y T es el valor de temperatura en grados centígrados, y W_{eq} es el contenido de humedad de equilibrio a la temperatura y humedad relativa dada. El comportamiento de dichas funciones se muestra en la siguiente figura.

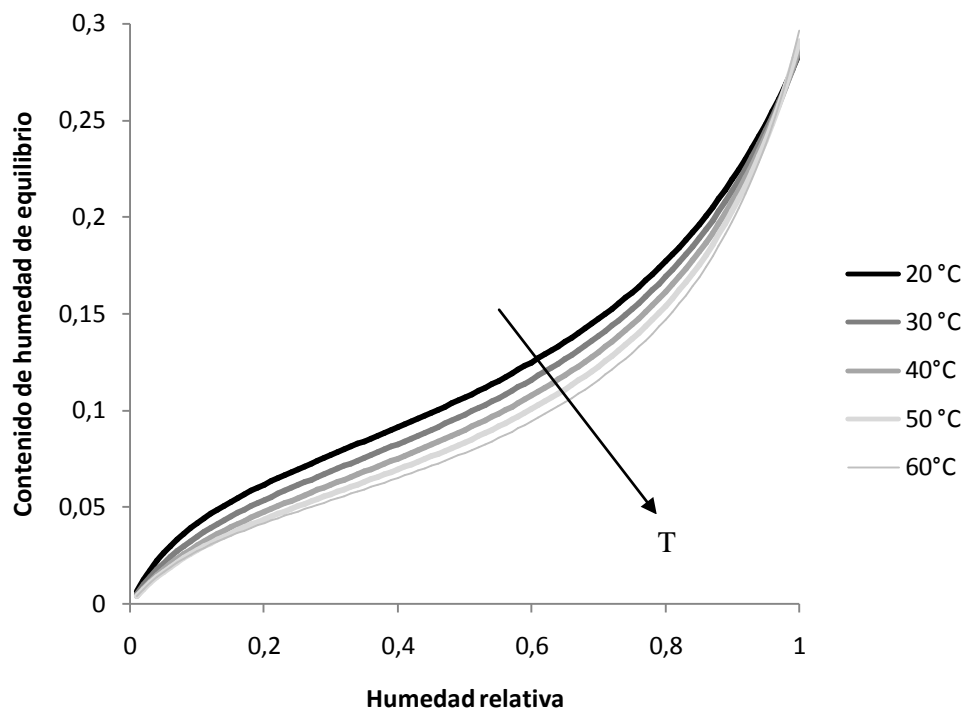


Figura A 2 Isotermas de sorción de Pino.

Para incluir esta ecuación en el modelo es necesario despejar Hr de la ecuación de GAB, la cual tiene dos raíces de las cuales, solo una de ellas modela actividad de agua en función de la temperatura y la humedad relativa.

$$Hr(W_{eq}, T) = \frac{\sqrt{C} \sqrt{C * W_{eq}^2 - 2 * (C - 2) * Xm * W_{eq} + C * Xm^2} + (C - 2) * W_{eq} - C * Xm}{2 * (C - 1) * K * W_{eq}}$$

(Ecuación de humedad relativa en función de temperatura y contenido de humedad de equilibrio)

La ecuación anterior fue utilizada en el modelo fenomenológico.

ANEXO II. Residuales del modelo de la curva característica.

En el siguiente anexo se muestran los residuales obtenidos entre las cinéticas simuladas por el modelo basado en el método de la curva característica y datos experimentales. Las siguiente Fig A3, representa los residuales de los experimentos de secado a una temperatura de 50 °C en el cual se muestra un error máximo de 0.019 Kg de agua/ Kg de sólido seco, en esta grafica se puede notar que las dos funciones muestran una insignificante variante en el acoplamiento de las dos funciones, aproximadamente a las 18 horas del secado.

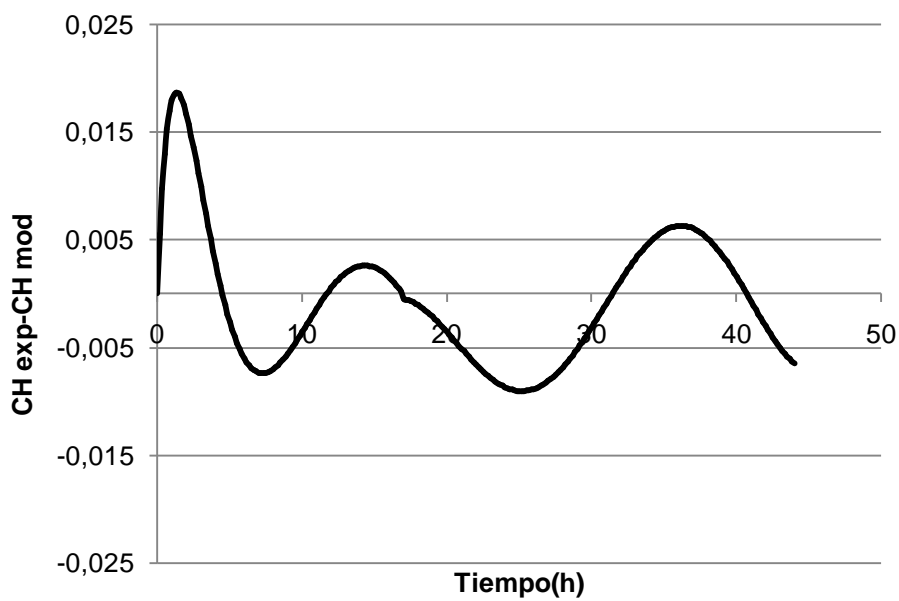


Figura A 3 Residuales entre datos experimentales y del modelo CCS, experimento a 50 °C

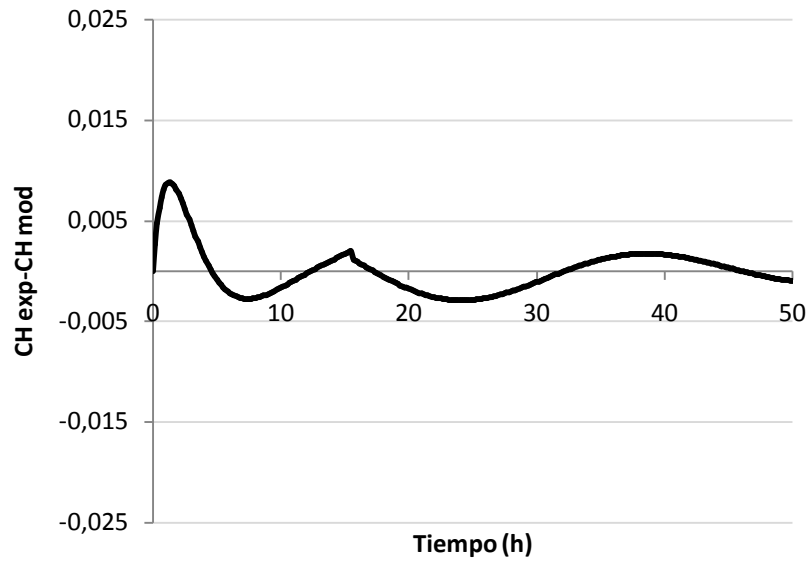


Figura A 4 Residuales entre datos experimentales y del modelo CCS, experimento a 60 °C.

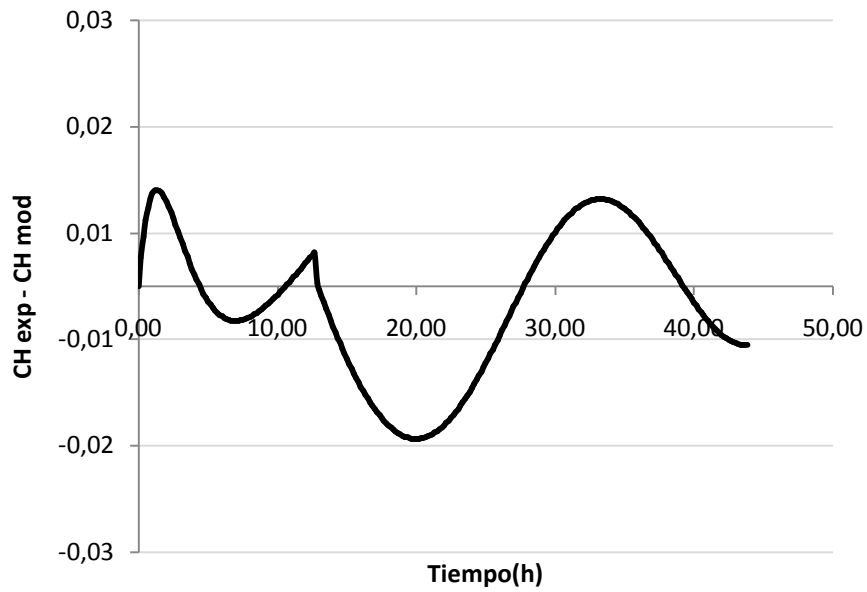


Figura A 5 Residuales entre datos experimentales y del modelo CCS, experimento a 70 °C

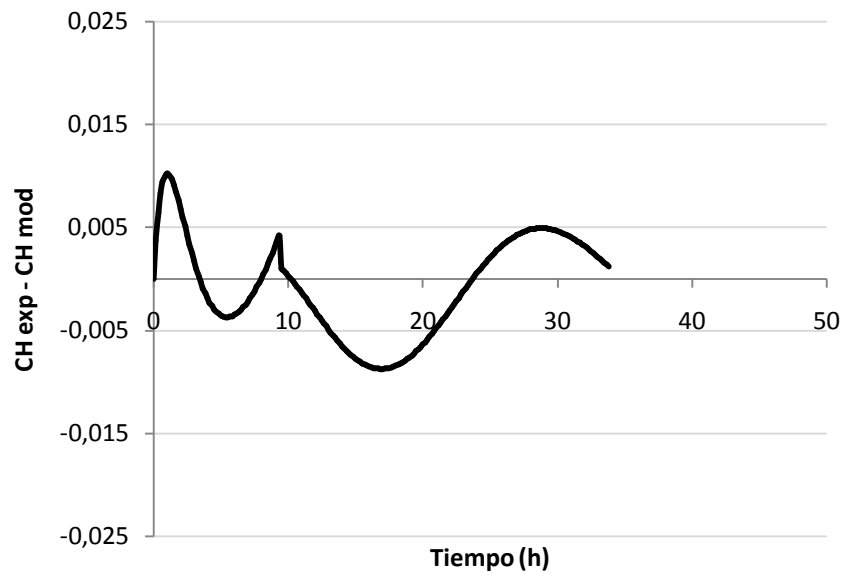


Figura A 6 Residuales entre datos experimentales y del modelo CCS, experimento a 80 °C.

La Fig A4, muestra la comparación de los datos del modelo contra los experimentales a una temperatura de 60 °C, se puede observar la misma tendencia en todos los experimentos a presentar un incremento en el inicio del secado y no mostrar una variabilidad grande en la transición de fases. El error máximo observado es de 0.023 kg de agua /Kg de sólido seco, en todas las cinéticas que aparece en el experimento a 70 °C(Fig 7-3), el cual incrementa inmediatamente después del acoplamiento de las funciones.

ANEXOS III Artículo.

Modelización del secado de madera de *Pinus pseudostrobus* utilizando el método de la curva característica

Emilio HERNÁNDEZ BAUTISTA¹

Sadoth SANDOVAL TORRES¹

Juan RODRÍGUEZ RAMÍREZ¹

Omar Alí VELASCO CRUZ²

¹ Centro interdisciplinario de investigación para el desarrollo integral regional unidad Oaxaca.

CIIDIR Oaxaca

IPN Hornos No. 1003, Col. Noche Buena

Santa Cruz Xoxocotlán

Oaxaca

México

² Instituto tecnológico de Oaxaca

Av. Ing. Víctor Bravo Ahuja No. 125

esq. Calz. Tecnológico

Oaxaca de Juárez

Oaxaca

México



Figura 1.
Túnel de secado.

RÉSUMÉ

MODÉLISATION DU SÉCHAGE DU BOIS DE *PINUS PSEUDOSTROBUS* SELON LA MÉTHODE DE LA COURBE CARACTÉRISTIQUE

Actuellement il existe une augmentation de la demande en produits forestiers au niveau mondial. Le séchage est une étape importante à l'intérieur du processus de transformation du bois, une opération qui bonifie sa qualité et accroît sa valeur. L'article présente l'analyse des expérimentations de séchage du bois *Pinus pseudostrobus* par convection d'air chaud, avec l'objectif de modéliser les cinétiques de séchage en utilisant la méthode de la courbe caractéristique de séchage. Les expérimentations ont été menées sous différentes conditions de température, obtenant ainsi un modèle pour la simulation de l'évolution du niveau d'humidité dans le matériau en fonction du temps. Le modèle part de l'analyse de la vitesse réduite et de l'identification de phases dans le séchage. Les paramètres du modèle ont été évalués en utilisant la méthode de réduction de la somme des erreurs quadratiques, calculées en comparant les cinétiques expérimentales avec les simulées.

Mots-clés : *Pinus pseudostrobus*, séchage, courbe caractéristique de séchage, modélisation.

ABSTRACT

MODELLING THE DRYING PROCESS FOR *PINUS PSEUDOSTROBUS* BY MEANS OF THE CHARACTERISTIC CURVE METHOD

Worldwide demand for forest products is currently on the increase. Drying is an important stage in timber processing, enhancing timber quality and increasing its value. This article describes an analysis of timber drying trials conducted for *Pinus pseudostrobus* using hot air convection, the aim being to model the kinetics of the drying process by means of the characteristic drying curve method. The trials were conducted under different temperature conditions to build up a model capable of simulating changes in moisture levels in the wood material over time. The model was built up from an analysis of slow drying and by identifying the different stages in the drying process. The model settings were assessed by the minimised mean square error method, calculated by comparing the experimental kinetics with those simulated kinetics.

Keywords: *Pinus pseudostrobus*, drying, characteristic drying curve, modelling.

RESUMEN

MODELIZACIÓN DEL SECADO DE MADERA DE *PINUS PSEUDOSTROBUS* UTILIZANDO EL MÉTODO DE LA CURVA CARACTERÍSTICA

Actualmente existe un incremento en la demanda de productos forestales a nivel mundial. El secado es una etapa importante dentro del proceso de transformación de la madera, esta operación mejora su calidad e incrementa su valor. En el presente trabajo se analizan experimentos de secado de madera *Pinus pseudostrobus* por convección de aire caliente, con el objetivo de modelar las cinéticas de secado utilizando el método de la curva característica de secado. Los experimentos se llevaron a cabo a diferentes condiciones de temperatura, obteniendo un modelo para la simulación de la evolución del contenido de humedad en el material respecto al tiempo. El modelo parte del análisis de la velocidad reducida y la identificación de fases de secado. Los parámetros del modelo se estimaron utilizando el método de reducción de la suma de errores cuadráticos, calculados de la comparación de las cinéticas experimentales y las simuladas.

Palabras clave: *Pinus pseudostrobus*, secado, curva característica de secado, modelización.

Introducción

Durante el proceso de secado de madera el contenido de humedad puede existir en distintos estados, como agua libre que se presenta en las cavidades celulares, agua ligada higroscópicamente adherida a las paredes celulares, vapor de agua en las cavidades celulares o lúmenes y agua constitutiva en composición química con las paredes de las células (COUMANS, 2000). Solo el agua libre, ligada y vapor de agua pueden eliminarse mediante el secado. La pérdida de peso de la muestra en el proceso se puede representar como una cinética de secado, que muestra la evolución del contenido de humedad, o también como la velocidad de secado respecto al tiempo o al contenido de humedad de la madera (SKAAR, 1988).

Al principio del secado se elimina el agua libre que se encuentra en los capilares, interconectados lateral y axialmente, el efecto es más pronunciado a medida que el radio capilar es de menor magnitud, este movimiento se debe a diferencias de presión y depende del tamaño de los capilares. El flujo capilar originado por estas fuerzas hace que el agua interior se mueva de una célula a otra buscando la superficie de las piezas de madera (PERRE, TURNER, 2006). Mientras el proceso de secado avanza, el agua libre de las cavidades celulares se elimina. La humedad permanece en la madera en forma de vapor en las cavidades celulares y en forma de agua higroscópica en los espacios intermicelares de las paredes celulares (TURNER, 1996).

La acción capilar se desplaza progresivamente hacia el centro de la madera para desaparecer gradualmente cuando el contenido de humedad tiende al punto de saturación de la fibra (AHMADI *et al.*, 1998). Cuando cesa la acción capilar, las cavidades celulares solo contienen aire y vapor de agua, generándose una presión de vapor que será más grande cuanto mayor sea el contenido de vapor en dichas cavidades, y cuanto mayor sea la temperatura de la fase gaseosa (SKAAR, 1988).

El método de la curva característica de secado (CCS) modela la cinética de secado partiendo de datos experimentales y de la identificación de diferentes fases en la velocidad de secado, considerando una rapidez de secado de referencia y estableciendo la hipótesis de que los mecanismos de transporte de humedad dependen principalmente del potencial de humedad reducido (JANNOT *et al.*, 2004). De lo anterior se tiene la presencia de dos zonas, una superficial en el dominio higroscópico, donde la migración de humedad está regida por la difusión de vapor de agua simultáneamente con difusión de agua líquida, y una zona interior donde el agua libre migra por capilaridad (NI *et al.*, 1999).

Si bien la utilización del modelo planteado requiere el cálculo de parámetros, para determinar cada uno de estos valores resulta conveniente adoptar un sistema de análisis lo más sencillo posible y que permita optimizar los ensayos realizados. Los parámetros del modelo propuesto se estimaron reduciendo la diferencia cuadrática entre las curvas experimentales y las teóricas.

El objetivo de este trabajo ha sido modelar la cinética del secado, por convección de aire caliente, de madera de *Pinus pseudostrobus* utilizando el método de la curva característica de secado.



Figura 2.
Muestras de madera en el túnel de secado.

Metodología

Selección y preparación de muestra

Con el objetivo de determinar el contenido de humedad y llevar a cabo cinéticas de secado de madera de la especie *Pinus pseudostrobus* a diferentes condiciones de temperatura y humedad relativa, se seleccionaron 6 tablas de madera al azar sin secar, en estado fresco, del almacén del Aserradero "Pueblos Mancomunados de la sierra Norte", que se ubica en la comunidad de Macuilxóchitl de Artigas Carranza situada en el Municipio de San Jerónimo Tlacoahuaya, Oaxaca, México. Dicha madera fue clasificada como madera de contingencia por presentar manchas de color azul.

Para determinar el contenido de humedad promedio de la madera, se cortaron 28 probetas de las siguientes dimensiones, 15 centímetros (cm) de largo, 5 cm de ancho con un espesor de 2,54 cm, además se cortaron también 23 tablas de 25 cm de largo, 15 cm de ancho con el mismo espesor que las anteriores, con el fin de utilizarlas en los experimentos de secado. Estas dimensiones están definidas por el tamaño del soporte del túnel de secado, ya que es el tamaño máximo de muestra que se puede instalar en el equipo.

Las tablas frescas de madera fueron rociadas con agua en spray y cubiertas con plástico impermeable para su traslado al laboratorio en donde fueron almacenadas a 0 °C en el refrigerador, para evitar su degradación.

Determinación del contenido de humedad

Se determinó el contenido de humedad utilizando el método gravimétrico regido por la norma DIN-52183 (DIN, 1992), que consiste en introducir las muestras en un horno a 105 ± 2 °C aproximadamente por 30 horas o hasta obtener un peso constante que consistió en 2 pesos consecutivos iguales cada 3 horas, cuya variación fue de centésimas de gramos, y se calculó el contenido de humedad (CH) de las 28 probetas de madera. Se utilizó una balanza analítica con rango de 0-4.200 g y una precisión de 0,01 g.

Tabla I.
Condiciones de los experimentos de secado de madera.

Experimento	Temperatura (°C)	HR* (%)	Velocidad del aire(m/s)
1	50	12	2,7
2	60	5	2,7
3	70	2	2,7
4	80	1,5	2,7
5	80	1,5	2,7
6	60	6	2,7
7	70	2	2,7
8	50	12	2,7

* HR: humedad relativa (%).

Experimentos de secado

El túnel de secado utilizado en las cinéticas está diseñado para que se logre un flujo de aire con velocidad y temperatura, uniforme y controlada (figura 1). El aire se calienta mediante dos resistencias eléctricas de 20 Ω (2,4 Kw) manteniéndose a una temperatura constante controlada por medio de un control PID. La medición de la temperatura se da a través de termopares tipo J, conectados simultáneamente y aislados eléctricamente para reducir el error del sistema, estos termopares se encuentran dentro de una jaula (soporte) en la cual se coloca la muestra, con la finalidad de medir la temperatura interior y exterior del material.

La velocidad del aire se regula con un variador de frecuencia conectado al motor del ventilador centrífugo, el flujo del aire producido en el conducto en cada frecuencia

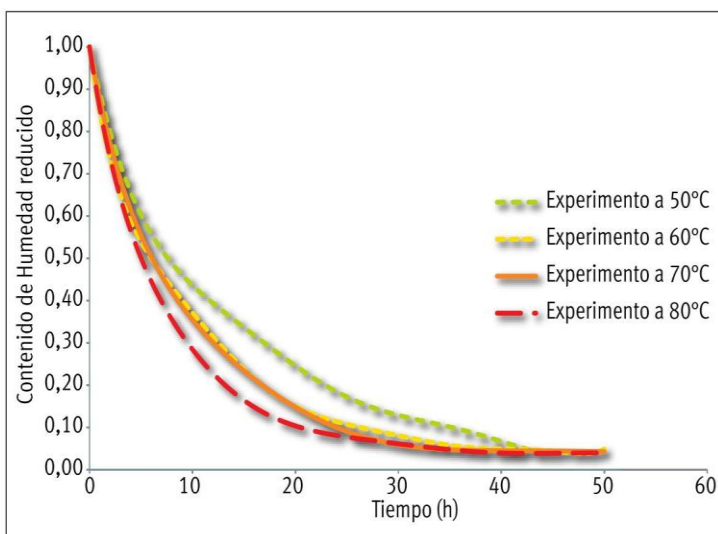


Figura 3.
Gráfica de contenido de humedad reducido en función del tiempo a diferentes temperaturas.

del motor del ventilador se mide con un anemómetro (A.B. Drives 0,3-25 m/s \pm 0,05 m/s) para obtener la velocidad de aire requerida en el secado de madera.

El peso de la muestra durante el proceso es registrado por el sistema de adquisición de datos conectado a una celda de carga (con un rango de 0-11,34 kg y una precisión de 0,1 %) que mide la tensión que se produce por el peso de la muestra.

El túnel cuenta con un controlador automático programable, National Instrument de la serie FP-1000, que realiza el control del proceso y la adquisición de datos en tiempo real conectado a un programa de computadora que registra las cantidades por medio del software LabVIEW® (PERÉZ-GIL, 2002).

Se llevaron a cabo ocho experimentos, a diferentes condiciones que se muestran en la Tabla I. Las humedades relativas HR (%) que se muestran en la tabla es un promedio de cada experimento, ya que no fue controlada.

Por cada experimento se ubican dos tablas frescas en el interior del túnel. Las tablas fueron perforadas en los extremos del corte para la introducción de termopares en el centro y a un milímetro de la superficie. Los bordes fueron sellados con silicón para que el transporte de humedad se dé solo en las caras de mayor área.

Las tablas de madera se introdujeron en el túnel de secado. Cuando las condiciones de temperatura, flujo de aire y humedad relativa fueron las requeridas, se colocaron en la jaula de tal manera que el flujo de aire fuera paralelo a las superficies de mayor área (figura 2). A una de ellas se le incorporaron termopares para medir la temperatura interna y superficial del material.

Los datos del proceso se registraron cada diez minutos por 48 horas aproximadamente, dependiendo de las condiciones de temperatura; cada experimento fue detenido al contenido de humedad aproximadamente del 5%.

Resultados y discusión

Se observó una variación en el contenido de humedad (70-130%) de las probetas y en las tablas utilizadas en las cinéticas de secado, lo cual refleja la naturaleza heterogénea y compleja del material, debido a muchos factores, entre ellos la especie, diferencias entre albura o duramen, entre ramas y tronco, altura y otras causas (TRUSCOTT, TURNER, 2005). Por lo cual el método de la curva característica es apropiado para analizar este tipo de materiales, pues estandariza las curvas para su análisis.

Los datos experimentales de todas las cinéticas de secado a diferentes condiciones fueron tratados y ajustados a una función polinómica de orden 9, para eliminar la imprecisión de la balanza del túnel de secado.

Se determinó el contenido de humedad de cada registro de peso. Utilizando el método de la curva característica se normalizaron las cinéticas de secado. Para llevar a cabo esto, se calculó un contenido de humedad reducido (adimensional) con la ecuación 1, utilizando los valores de contenido de humedad, calculando los pesos de las maderas en el túnel, registrados cada diez minutos, en el transcurso de todo el experimento.

El cálculo del contenido de humedad reducido (CH) se obtuvo con la ecuación 1, donde CH es el valor del contenido de humedad a tiempo t , CH_{cr} el contenido de humedad crítico, comúnmente el máximo durante toda la cinética, en la mayoría de experimentos es el contenido de humedad inicial (CH_i), y CH_e es el contenido de humedad de equilibrio a la temperatura y humedad relativa de cada experimento.

Ecuación (1)

$$CH_r = \frac{CH - CH_e}{CH_{cr} - CH_e}$$

La figura 3 muestra la variación del contenido de humedad adimensional (reducido) a diferentes temperaturas, en la cual el valor máximo para cada cinética es 1, y se puede observar que la mayoría de curvas llegan a un contenido de humedad del 4%.

El cálculo de la velocidad de secado para cada uno de los valores de la cinética se dedujo, a través de la derivada de la ecuación polinómica de orden 9, del contenido de humedad en función del tiempo de secado. Cada valor de velocidad fue dividido entre la velocidad máxima de toda la cinética (V_{ref}) para obtener la velocidad de secado reducida identificada como V_r .

Ecuación (2)

$$V_r = \frac{V}{V_{ref}} = \left(-\frac{dCH}{dt} \right)_r = f(CH_r)$$

En la fórmula anterior se observa que la velocidad de secado reducida es función del contenido de humedad reducido, por lo tanto se procede a deducir una expresión matemática para toda la cinética utilizando el concepto de derivada, con las siguientes condiciones:

Ecuación (3)

$$f(CH_r) = 0 \text{ si } CH_r = 0$$

Ecuación (4)

$$0 < f(CH_r) < 1 \text{ si } 0 < CH_r < 1$$

Ecuación (5)

$$f(CH_r) = 1 \text{ si } CH_r = 1$$

La cinética de velocidad de secado presentó 4 fases, la primera es un pequeño incremento en la velocidad debido al aumento de temperatura en la superficie del material, esta fase de secado es muy pequeña en comparación con la duración total del secado, la segunda fase presenta un decremento exponencial, y la tercera un descenso lineal en la velocidad de secado, en donde las cinéticas a temperaturas de 50 y 60°C presentan una inflexión notable entre estas dos fases, debido a la eliminación de agua libre en las cavidades celulares por capilaridad requiere menor energía que en la fase higroscópica (fase lineal), que necesita una cantidad de energía extra para romper los enlaces que mantienen adherida a la molécula de agua a la pared celular (calor de vaporización) (Ni *et al.*, 1999). En las cinéticas a temperatura de 70 a 80°C la inflexión no es muy notable, ya que a esta temperatura la presión de vapor en la fase higroscópica es alta, por lo cual la rapidez de evacuación del vapor de agua se mantiene a la misma tasa (SKAAR, 1988). La fase 4 es muy pequeña y por lo tanto no es considerada.

La figura 4 representa una función $f(CH)$. En donde la primera parte del gráfico muestra un comportamiento lineal que abarca desde CH_{r1} hasta CH_{r2} , estos valores de contenido de humedad reducido representan los puntos de transición entre las fases. La siguiente parte se ajusta a una función exponencial y su dominio es de CH_{r2} hasta 1.

Ecuación (6)

$$CH_{r1} \leq CH_r \leq CH_{r2} \text{ entonces } f(CH_r) = cCH_r + d$$

Ecuación (7)

$$CH_{r2} < CH_r \leq 1 \text{ entonces } f(CH_r) = a \exp(bCH_r)$$

Ecuación (8)

$$a = \frac{1}{\exp(b)}$$

En la parte exponencial se encuentra otra condición que se deduce a partir del valor de $CH_r = 1$, y que se muestra en la ecuación 8 donde se observa que el coeficiente "a" es función de "b".

Los valores de contenido de humedad reducida en los puntos de transición han sido determinados gráficamente, siendo estos: $CH_{r1} = 0,04$ y $CH_{r2} = 0,30$, en todos los experimentos.

Tomando en cuenta lo observado, la función de rapidez de secado fue calculada despreciando la fase inicial y final, además, se consideraron CH_{r2} , t_2 (tiempo de transición) y V_{ref} como parámetros del modelo. A continuación se muestra la deducción del modelo.

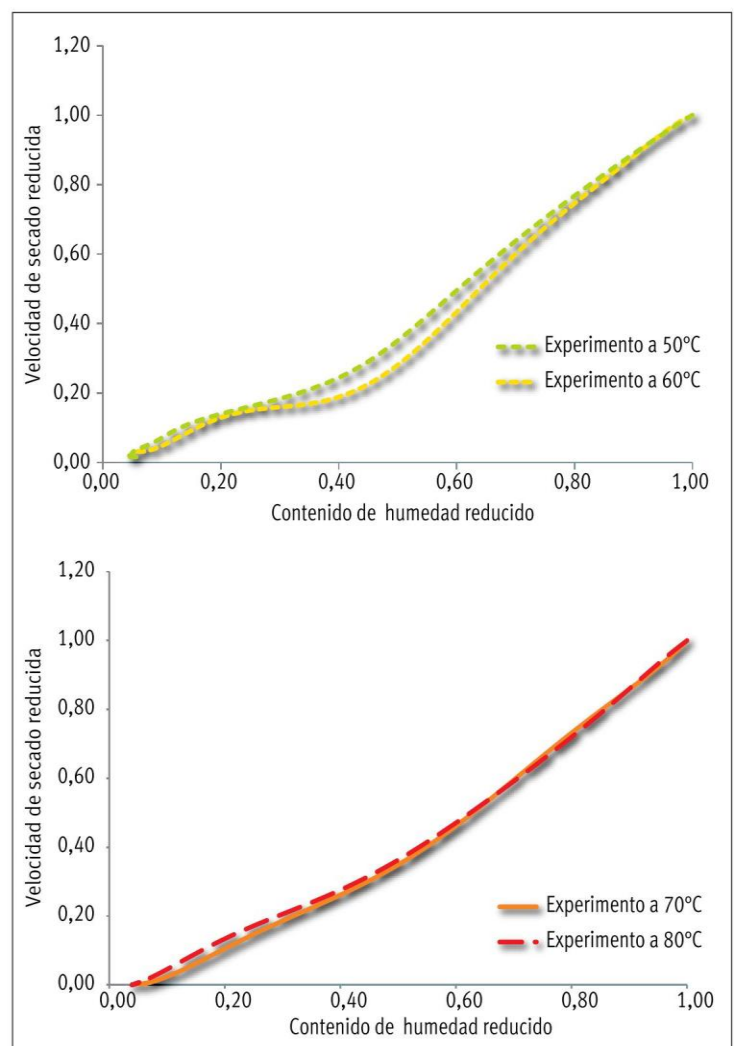


Figura 4.
Gráfica de V_r reducido en función de CH_r .

Utilizando la ecuación (2) se obtiene una expresión de contenido de humedad en función del tiempo de secado, si despejamos esta ecuación y sustituimos la función de contenido de humedad para la fase lineal de CH_{r1} a CH_{r2} (ecuación 6) obtendremos la siguiente expresión:

Ecuación (9)

$$V = V_{ref} \cdot (c \cdot CH_r + d)$$

La velocidad de secado representa la variación del contenido de humedad con respecto al tiempo, por lo tanto se sustituye esta definición en la ecuación y se incorpora CH_r por la expresión que lo define (ecuación 3).

Ecuación (10)

$$-\frac{dCH}{dt} = V_{ref} \cdot \left[c \cdot \left(\frac{CH - CHE}{CH_{cr} - CHE} \right) + d \right]$$

Una vez establecida la ecuación diferencial, se resuelve por el método de variables separables y se calcula la constante de integración con la condición límite que se muestra abajo, obteniendo una función de contenido de humedad dependiente del tiempo (ecuación 11).

Ecuación (11)

$$CH(t) = CHE + (CH_{cr} - CHE) \cdot \left[\left(CH_{r2} + \frac{d}{c} \right) \cdot \exp\left(-\frac{c \cdot V_{ref} \cdot (t - t_2)}{CH_{cr} - CHE}\right) - \frac{d}{c} \right]$$

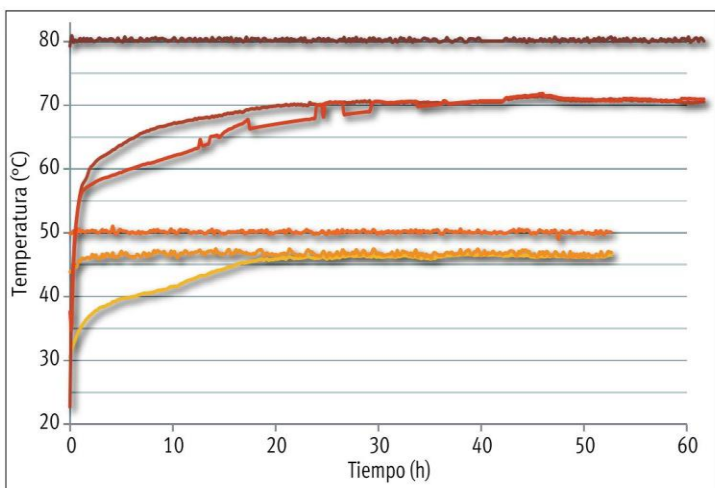


Figura 5. Perfiles de temperatura de las cinéticas de secado a 50 y 80°C.

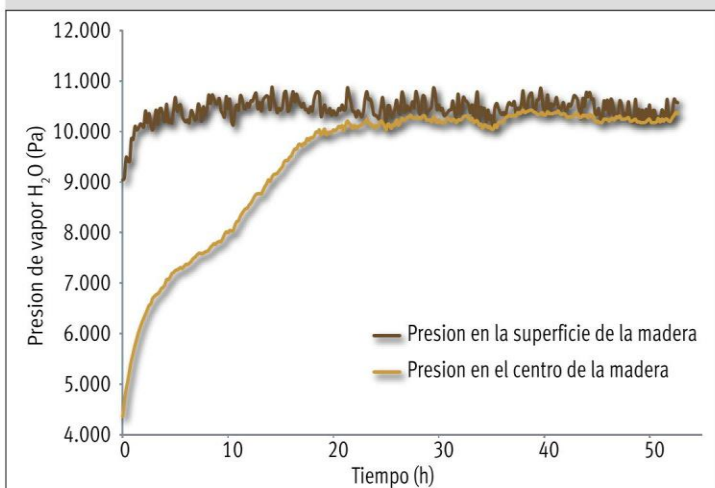


Figura 6. Presión de vapor en la superficie y el centro de la madera, experimento a 50°C.

Condiciones límite.

$$t = t_2 \quad CH_r = CH_{r2}$$

Donde t_2 representa el tiempo de transición entre las dos funciones (CH_{r2}) y depende de las condiciones de secado. Ahora, para integrar la siguiente fase, se utilizó un procedimiento similar al anterior. Se sustituye la expresión exponencial (ecuación 7) en la ecuación (2) y la ecuación de contenido de humedad reducido.

Ecuación (12)

$$-\frac{dCH}{dt} = V_{ref} \cdot \left[a \cdot \exp\left(b \cdot \frac{CH - CHE}{CH_{cr} - CHE}\right) \right]$$

Esta ecuación diferencial se resuelve por el método anterior y se obtiene la función que modela el decremento exponencial de la velocidad de secado (ecuación 13).

Ecuación (13)

$$CH(t) = CHE - \frac{1}{b} (CH_{cr} - CHE) \cdot \ln \left[\exp(-b \cdot CH_{r0}) + \frac{a \cdot b \cdot V_{ref} \cdot t}{CH_{cr} - CHE} \right]$$

Condiciones límite.

$$t = 0 \quad CH_r = CH_{r0}$$

En esta ecuación, CH_{r0} es el contenido de humedad reducido inicial ($CH_{r0} = 1$, si $CH_{cr} = CH_i$).

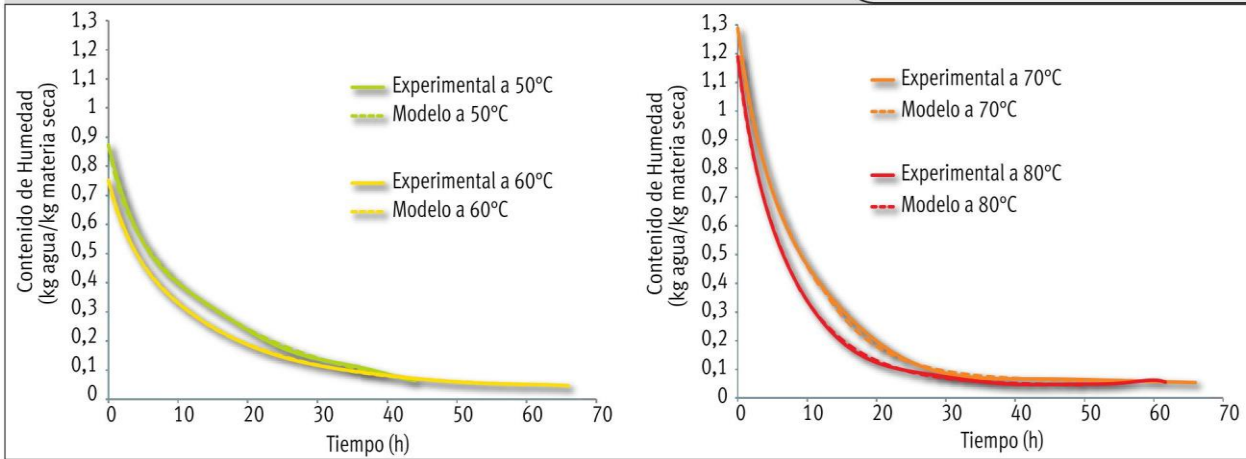
La disminución exponencial de la velocidad de la fase 2 se debe al incremento en la temperatura interna y a la eliminación de agua libre dentro del producto, como se muestra en la figura 5; el incremento lineal de la temperatura interna corresponde al decremento de la velocidad en la fase 3, el cual se relaciona con la eliminación de agua ligada en la madera, la última parte corresponde a la fase de evacuación de moléculas altamente ligadas a la monocapa (SKAAR, 1988).

Ecuación (14)

$$SE_i = \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{CH_{exp} - CH_{mod}}{CH_{exp}} \right)^2 \right]$$

Los parámetros a , b , c , d del modelo se calcularon por minimización de la suma de errores cuadráticos, utilizando la ecuación 14, en cada uno de los experimentos de secado a diferentes condiciones de temperatura y humedad relativa. Donde "n" es el número de registros en toda la cinética de secado y CH_{exp} son los datos experimentales y CH_{mod} los del modelo.

La presión de vapor y, en específico, la presión de saturación, es la presión de la fase gaseosa o vapor de un líquido sobre la fase líquida para una temperatura determinada. Dentro de la madera existe una diferencia de temperatura entre el centro y la superficie del material, por lo tanto existe una diferencia de las presiones entre la superficie y el centro de la madera. Este gradiente está relacionado directamente con la tasa de pérdida de humedad de la madera. El potencial originado por diferencia de presión de vapor disminuye con los incrementos logarítmicos de la presión de vapor, figura 6, definidos por la ecuación de Antoine (HOWELL, BUCKIUS, 1990). Además, el incremento de la presión de vapor está relacionado con la rapidez de secado, pues una mayor presión de vapor incrementa la presión capilar en la madera, la cual es afectada también por la permeabilidad del material.

**Figura 7.**

(Izquierda) Comparación de los datos del modelo con los experimentales para las temperaturas de secado de 50 y 60°C. (Derecha) Comparación de los datos del modelo con los experimentales para las temperaturas de secado de 70 y 80°C.

Tabla II,
Parámetros calculados del modelo de la curva característica de secado,

Temperatura (°C)	$C_{hr} > 0,3$			$C_{hr} \leq 0,3$	
	a	b	Vref	c	d
50	0,05435	3,29029	0,09317	0,50402	0,012621
60	0,06636	2,89990	0,08921	0,52789	-0,01611
70	0,09887	2,47916	0,17391	0,92606	-0,03565
80	0,112621	2,31347	0,19406	0,74926	-0,02698

Conclusiones

A medida que el secado avanza, la diferencia de presión tiende a disminuir debido a la homogenización en la temperatura de todo el material y, por lo tanto, deja de intervenir en la disminución de la tasa del secado y comienza una competencia entre difusión de agua ligada y convección de vapor (TURNER, 1996).

En la tabla II se muestran los parámetros calculados del modelo para un contenido de humedad reducido menor de 0,3, que corresponden a la fase exponencial y para un contenido de humedad reducida mayor o igual a 0,3 en la fase lineal.

En la figura 7, se muestran las cinéticas de secado experimentales comparadas con las simuladas por el modelo, a diferentes temperaturas usando los parámetros de la tabla II. El modelo simula satisfactoriamente las curvas experimentales con un máximo error de 0,023 kg de agua/ kg de materia seca, en todas las curvas. Nótese que cada una de ellas comienza con un contenido de humedad inicial diferente.

Con respecto a la calidad final de las muestras de madera, podemos decir que estas no sufrieron un daño considerable (figura 8). El Pino Pseudostrobus es una madera fácil de secar, pues tolera condiciones de secado intensas (humedades relativas bajas). En la figura 8 se muestran algunas muestras después del secado. Como puede observarse, no se presentaron grietas, ni rajaduras, la calidad es aceptable.

Basado en el método de la curva característica, se obtuvo un modelo matemático que simula la cinética de secado de madera *Pinus pseudostrobus* por convección de aire caliente. El desarrollo del modelo parte del análisis de datos experimentales y de la identificación de fases. Para la simulación de las cinéticas es necesario contar con los parámetros del modelo (a, b, c y d), la velocidad de referencia y el tiempo de transición entre fases, estos últimos diferentes para cada temperatura. Los parámetros del modelo se estimaron reduciendo la suma de errores cuadráticos, obteniendo un error máximo de 0,023 kg de agua/ kg de materia seca, entre las cinéticas experimentales y las simuladas.

Una de las ventajas de este modelo es que no requiere las propiedades del material para el cálculo de las cinéticas; además, son pocos los parámetros utilizados en la simulación a diferente temperatura, lo que facilita los tiempos de cómputo. Sin embargo, dichos parámetros no tienen algún significado físico evidente, ya que engloban muchos factores que intervienen el secado de madera.

La incorporación de fases en el modelo nos permite establecer un preámbulo a la comprensión de los mecanismos de transporte de humedad propuestos por WHITAKER (1987). La segunda parte del trabajo de investigación a realizar estará orientado a desarrollar un modelo fenomenológico de secado de madera que involucre ecuaciones diferenciales de transferencia de calor, masa y momentum con fundamentos termodinámicos.

Referencias bibliográficas

AHMADI A., QUINTARD M., WHITAKER S., 1998. Transport in chemically and mechanically heterogeneous porous media. Two-equation model for solute transport with adsorption. *Advances in Water Resources*, 22 (1): 59-86.

COUMANS W., 2000. Models for drying kinetics based on drying curves of slabs. *Chemical Engineering and Processing*, 39 (1): 53-68.

DIN (DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG EV), 1992. Norm DIN 52183. Beuth Verlag GmbH, Berlin/Koln, Alemania.

HOWELL J., BUCKIUS R., 1990. Principios de termodinámica para ingenieros. Primera edición español, McGraw Hill, USA.

JANNOT Y., TALLA A., NGANHOU J., PUIGGALI J. R., 2004. Modeling of Banana Convective Drying by the Drying Characteristic Curve (DCC) Method. *Drying technology*, 22 (8): 1949-1968.

NI H., DATTA A. K., TORRANCE K. E., 1999. Moisture transport in intensive microwave heating of biomaterials: a multi-phase porous media model. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 42 (8): 1501-1512.

PEREZ-GIL J., 2002. Análisis y selección de un sistema de medición y control para un túnel de secado de Madera. Instituto Tecnológico de Oaxaca.

PERRE P., TURNER I. W., 2006. A Dual-Scale Model for Describing Drier and Porous Medium Interactions. *AIChE*, 52 (9): 3109-3117.

SKAAR C., 1988. *Wood-Water Relations* (2nd Printing). Springer series in wood Science, Berlin.

TRUSCOTT S., TURNER I., 2005. A heterogeneous three-dimensional computational model for wood drying. *Applied Mathematical Modelling*, 29 (4): 381-410.

TURNER I., 1996. A two dimensional orthotropic model for simulating wood drying processe. *Applied Mathematical Modelling*, 20 (1): 60-81.

WHITAKER S., 1977. Simultaneous heat, mass and momentum transfer in porous media: a theory of drying. *Advances in Heat Transfer*, 13 (1): 119-203.

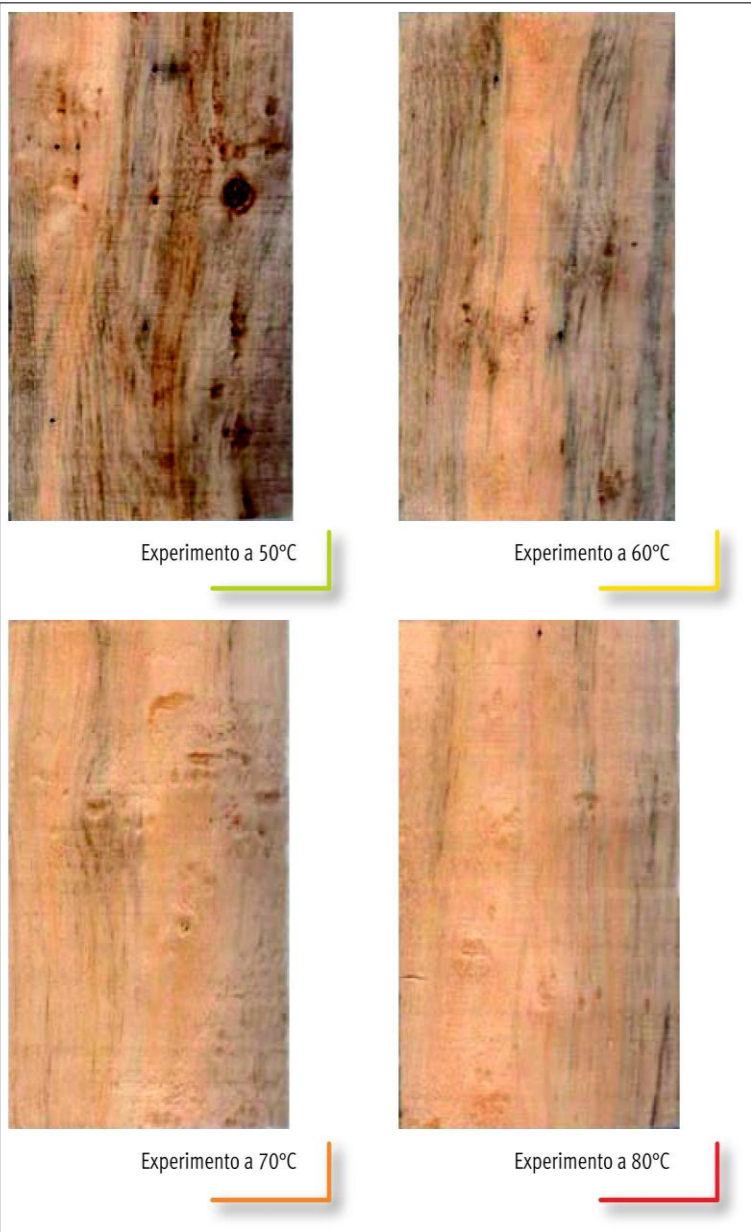


Figura 8.
Calidad de las maderas al final del secado.

